

第1節 複素数と2次方程式の解

1 複素数とその計算

複素数

2乗すると-1になる新しい数を1つ考え、これを文字*i*で表す。すなわち*i*²=-1とする。この*i*を虚数単位という。

1 $a+bi$ (a, b は実数)の形に表される数を複素数という。

複素数 $a+bi$ では、 a を実部、 b を虚部という。

2 $b \neq 0$ のときの複素数 $a+bi$ を虚数といい、とくに $a=0$ である虚数 bi を純虚数という。

複素数の相等 a, b, c, d を実数とする。

$$a+bi=c+di \iff a=c \text{ かつ } b=d$$

$$\text{とくに } a+bi=0 \iff a=0 \text{ かつ } b=0$$

注 本書で「複素数 $a+bi$ 」のように書いたら、とくに断らなくても、 a, b は実数とする。

複素数の計算

1 加法 $(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i$

減法 $(a+bi)-(c+di)=(a-c)+(b-d)i$

乗法 $(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(ad+bc)i$

除法 $\frac{c+di}{a+bi} = \frac{(c+di)(a-bi)}{(a+bi)(a-bi)} = \frac{ac+bd}{a^2+b^2} + \frac{ad-bc}{a^2+b^2}i$

2 共役な複素数 2つの複素数 $a+bi, a-bi$ を、互いに共役な複素数という。

負の数の平方根

$a > 0$ のとき $\sqrt{-a} = \sqrt{a}i$ とくに $\sqrt{-1} = i$

$-a$ の平方根は $\pm\sqrt{-a} = \pm\sqrt{a}i$

TRIAL A

59 次の複素数の実部と虚部をいえ。

→ 例 p.37 例1

- (1) $2+3i$ (2) $-3-i$ (3) πi (4) $\frac{2-\sqrt{5}i}{3}$

60 次のような実数 x, y を求めよ。

→ 例 p.37 例題1

- (1) $x+yi=3+4i$ (2) $(x-3)+(y+1)i=0$
 (3) $(x+3y)+(2x-y)i=9+4i$ (4) $(x-y)+(x-2y)i=2-i$

61 次の式を計算せよ。

→ 例 p.38 例2

- (1) $(4+2i)+(3+i)$ (2) $(3-2i)+(2-i)$
 (3) $(2+3i)-(3+i)$ (4) $(3-i)-(1-i)$
 (5) $(3+i)+4i$ (6) $6i-9i$

62 次の式を計算せよ。

→ 例 p.38 例3

- (1) $(1+3i)(2+i)$ (2) $(1-2i)(5+2i)$ (3) $(3-2i)^2$
 (4) $(1+i)^2$ (5) $(2-i)(2+i)$ (6) $(4+3i)(4-3i)$

63 次の複素数と共役な複素数をいえ。

→ 例 p.38 例4, 練習5

- (1) $5+4i$ (2) $3-2i$ (3) $\sqrt{3}$
 (4) $-5i$ (5) $\frac{-1+\sqrt{5}i}{2}$ (6) $\frac{\sqrt{3}}{2}i$

64 次の式を計算せよ。

→ 例 p.39 例5

- (1) $\frac{3+i}{1+2i}$ (2) $\frac{2-i}{2+i}$ (3) $\frac{2i}{3-i}$
 (4) $\frac{1}{2i}$ (5) $\frac{3+i}{2-i}$ (6) $\frac{4-5i}{i}$

65 次の数を i を用いて表せ。

→ 例 p.40 例6

- (1) $\sqrt{-3}$ (2) $\sqrt{-4}$ (3) $2+\sqrt{-5}$
 (4) $-\sqrt{-7}$ (5) -3 の平方根 (6) -8 の平方根

66 次の式を計算せよ。

→ 例 p.40 例7

- (1) $\sqrt{-2}\sqrt{-8}$ (2) $-\sqrt{-3}\sqrt{-4}$ (3) $(2+\sqrt{-3})^2$
 (4) $(-1+\sqrt{-2})^2$ (5) $\frac{\sqrt{-25}}{\sqrt{-5}}$ (6) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}}$

TRIAL B

67 次の式を計算せよ。

→ 例 p.50 補充問題1 (1), (2)

- (1) $(2-\sqrt{3}i)(2+\sqrt{3}i)$ (2) $(\sqrt{-2}+\sqrt{5})(\sqrt{-6}-\sqrt{15})$
 (3) $(1+i)^3$ (4) $\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2$
 (5) $\frac{2}{1+\sqrt{3}i}$ (6) $1+2i+\frac{1}{4i}$
 (7) $\frac{\sqrt{5}+i}{\sqrt{5}-i}$ (8) $\frac{2+\sqrt{-3}}{2-\sqrt{-3}}$