Date . . No.

7、2つの円

〈2つの円の位置関係〉

"2つの円の中心間の距離"と"半径の和や差"の関係から判断する。

→ 数Aでやったね! 忘れた人はTx.p96をcheck!

例 2つの円

$x^2+y^2=1$ ——①

$(x-3)^2+(y-2)^2=9$ ——②

の位置関係を調べよ。

円①,②の中心と半径を求める

①: 中心:点(0,0), 半径1 (半径をr_1とおく)

②: 中心:点(3,2), 半径3 (半径をr_2とおく)

円①,②の中心間の距離dを求めると、

$d=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$

ここで、$r_2-r_1<d<r_2+r_1$ となるので

円①,②は2点で交わる。

⇨ Ex.32

r_1, r_2, dを求めて判断する

←…… p86 そろそろ忘れてない? 復習は大事だよ!

↓

位置関係から、円の方程式を求めてみよう!!

例題 8 中心が点(4, 3)である円Cと，円$x^2+y^2=1$が外接するとき，円Cの方程式を求めよ。

$d=r_1+r_2$

解 円$x^2+y^2=1$は，中心が原点，半径が1の円である。

2つの円の中心間の距離は

$$\sqrt{4^2+3^2}=5$$

2つの円が外接するとき，円Cの半径をrとすると

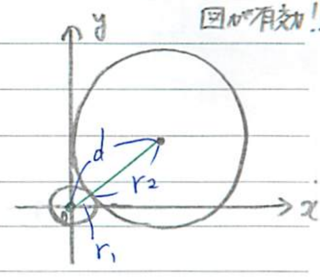
$$\boxed{5=r+1}$$

ゆえに $r=5-1=4$

よって，円Cの方程式は

$$(x-4)^2+(y-3)^2=16$$

→ イメージをつかんだり、d, r_1, r_2の関係を導出するときは、図が有効!!



問. "中心が点(3,3)である円Cと、円$x^2+y^2=2$が接するとき、円Cの方程式を求めよ。"という問題の答えは2つあります。なぜでしょう??

↓

"接する"という状態は内接・外接の2つがあるからです。

→ 答えは

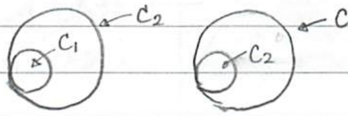
$(x-3)^2+(y-3)^2=8$

$(x-3)^2+(y-3)^2=32$

No.　Date　・　・

他にも、

2つの円 C_1, C_2 が内接している場合でも



どちらが内側にあるかで、2つの可能性が考えられます。

"接する"場合は どう接するのか、問題文を丁寧に読んで

条件の読み忘れがないようにしたいですね!!

⇨ Ex. 33

つまり、連立して、つまり、組みあわせてできる式は、もとの式をすべて満たす図形を表す式なのです。

㊟ 連立 → "かつ"

場合分け → "和集合"

＜2つの円の共有点＞

↳ $\boxed{\text{共有点の座標} \rightarrow \text{連立方程式の解}}$

考え方は既習ですね。では途中とでてくる式をみてみましょう。

応用例題 5 次の2つの円の共有点の座標を求めよ。

$$x^2+y^2=5, \quad x^2+y^2-6x-2y+5=0$$

〈解説〉 $x^2+y^2=5$ と $x^2+y^2-6x-2y+5=0$ の辺々を引いて2次の項を消去すると，x，y の1次方程式が得られる。

解
$$\begin{cases} x^2+y^2-5=0 & \cdots\cdots ① \\ x^2+y^2-6x-2y+5=0 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

$\boxed{①-②}$ から

$$6x+2y-10=0$$

よって

①,②を同時に満たす直線

$$\boxed{y=-3x+5} \cdots\cdots ③$$

2つの円の交点を通る直線

③を①に代入して整理すると

$$x^2-3x+2=0$$

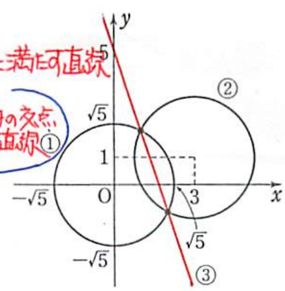
これを解いて

$$x=1,\ 2$$

③に代入して

$x=1$ のとき $y=2$，　$x=2$ のとき $y=-1$

よって，共有点の座標は　$(1,\ 2)$，$(2,\ -1)$



⇨ Ex. 34

①＋(−1)×②

この見方、覚えておこう

円①,②

↓　①−② で考える（2乗を消す）

2つの円の交点を通る直線を導く（③）

↓

円①（か②）と直線③の共有点の座標を求める。

↓　（考え方は p90 例題7）

これが、2つの円①,②の共有点の座標になる。

Date . . No.

ものすごく大事!!

応用例題 6 2つの円

$$x^2+y^2=5 \quad \cdots\cdots ①$$
$$x^2+y^2-6x-2y+5=0 \quad \cdots\cdots ②$$

の交点 A，B と点 (0, 3) を通る円の中心と半径を求めよ。

$$\begin{cases} x^2+y^2-5=0 & —① \\ x^2+y^2-6x-2y+5=0 & —② \end{cases}$$

$p(x^2+y^2-5)+q(x^2+y^2-6x-2y+5)=0$

この方程式は，①,②を同時に満たすので，①,②の交点を通る図形を表す

両辺に $\frac{1}{q}$ をかけて

$\frac{q}{p}=k$ とおく

$\boxed{k(x^2+y^2-5)+(x^2+y^2-6x-2y+5)=0}$

①,②の交点を通る図形を表す.

← 2直線の交点を通る図形についての説明は Tx. p80 で扱ったよ。

解　k を定数として

$$k(x^2+y^2-5)+(x^2+y^2-6x-2y+5)=0 \quad \cdots\cdots ③$$

とすると，③は2つの円①，②の交点 A，B を通る図形を表す。③が点 (0, 3) を通るとすると，③に $x=0$，$y=3$ を代入して　$4k+8=0$　ゆえに　$k=-2$

これを③に代入して整理すると

$$x^2+y^2+6x+2y-15=0$$

すなわち　$(x+3)^2+(y+1)^2=5^2$

よって，求める円の中心は点 $(-3,\ -1)$，半径は5である。

補足

$$\begin{cases} x^2+y^2-5=0 & —① \\ x^2+y^2-6x-2y+5=0 & —② \end{cases}$$

↓

$k(x^2+y^2-5)+(x^2+y^2-6x-2y+5)=0$

$\boxed{k=-1}$ のとき

$-(x^2+y^2-5)+(x^2+y^2-6x-2y+5)=0$

⋮（整理）

$\boxed{y=-3x+5}$　①,②を同時に満たす直線

⇓

円①,②の交点を通る直線

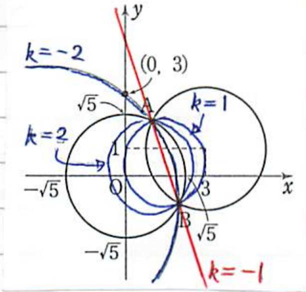
応用例題5を思い出そう

No. Date . .

$k(x^2+y^2-5)+(x^2+y^2-6x-2y+5)=0$

$k=-1$ → ①,②の交点を通る直線

$k\neq-1$ → ①,②の交点を通る円



⇨ Ex.35,
CHART 基例95