第2節　等式・不等式の証明

B. 実数の平方

実数の平方の性質

1. 実数 a について $a^2 \geqq 0$
   等号が成り立つのは $a=0$ のときである。

2. 実数 a, b について $a^2+b^2 \geqq 0$
   等号が成り立つのは $a=b=0$ のときである。

← (正)×(正)＝(正)
　$0 \times 0 = 0$
　(負)×(負)＝(正)
なので、0以上の数となる。
計算結果が負にならないというイミでも解釈できるよ。

例13. $(x^2+y^2)-2xy$

$= x^2-2xy+y^2 = (x-y)^2 \geqq 0$

$x-y$ という実数の平方

よって $x^2+y^2 \geqq 2xy$．等号が成り立つのは

$x-y=0$ すなわち $x=y$ のとき。

← $A \geqq B$ を証明するとき、
$A-B \geqq 0$ を証明すればよい。

← (　)の中身＝0

$\boxed{\text{例題10}}$ → 動画

C. 平方の大小関係

平方の大小関係

$a>0,\ b>0$ のとき

$a^2>b^2 \Leftrightarrow a>b$，　$a^2 \geqq b^2 \Leftrightarrow a \geqq b$

不等号の向きは変わらない

不等号の向きは変わらない。

← a, b 両方が正であることが大切。もし、一方が負だったとしてみよう。例えば 2 と -3 を考えると $2>-3$ はあたり前だけど 2^2 と $(-3)^2$ の大小はどうだろう？
$2^2=4$，$(-3)^2=9$ なので
$2^2<(-3)^2$ だね。つまり
不等号の向きが変わってしまうよ。

$\boxed{\text{例題11}}$ → 動画

No.

Date

D. 絶対値を含む不等式の証明

実数 a の絶対値 $|a|$ の定義

$a \geqq 0$ のとき $|a| = a$ ， $a < 0$ のとき $|a| = -a$

| |の中身が負ならマイナスをつけて外す.

← 昨年数Iで学習しました.
えっ？と思ったあなた！
数Iの教科書をふり返ろう.

絶対値の性質

$|a| \geqq 0$, $|a| \geqq a$, $|a| \geqq -a$, $|a|^2 = a^2$, $|ab| = |a||b|$

← 〰〰 はとくによく使います.

$\boxed{\text{応用例題5}}$ → 動画

E. 相加平均と相乗平均

相加平均 … $\dfrac{a+b}{2}$ （a, b は実数）

← 相加平均は負の実数が含まれていても定義される.

相乗平均 … $\sqrt{ab}$ （a, b は正の実数）

← $\sqrt{\ }$ の中が負になるような数はないので, a と b は正の実数のときしか相乗平均は定義されない.

相乗平均が $a>0$, $b>0$ のときだけ定義されるから.
ここでは $a>0$, $b>0$ のとき. 相加平均. 相乗平均の大小はどうなっているか調べてみよう. 教P29の例題11の方法を使って証明すると. P31の2行目のように計算できる.

相加平均と相乗平均の大小関係

$a>0$, $b>0$ のとき

$$\frac{a+b}{2} \geqq \sqrt{ab} \quad \cdots\cdots ☆$$

等号が成り立つのは $a=b$ のとき.

実際の応用問題では ○＝△ を調べることになる.

← （相加平均）$\geqq$（相乗平均）

← ☆は両辺を2倍して

$a+b \geqq 2\sqrt{ab}$

これをよく使うよ！

$\boxed{\text{例題12}}$ → 動画

第2章　複素数と方程式

第1節　複素数と

1. 複素数とその計算

A. 複素数

虚数単位（きょすうたんい）… 2乗すると -1 になる数の1つで i で表す.
2乗すると -1 になるので $i^2=-1$

複素数 … $\underbrace{a}_{実部}+\underbrace{b}_{虚部}i$ （a.bは実数）の形に表される数

実部 … iのついていない部分の数
虚部 … iの前の数
例. $2+3i$ の
実部 2. 虚部 3
例 $-3-2i$ の
実部 -3 虚部 -2

虚数 … 上の $a+bi$ のうち. $b\neq0$ であるもの.
さらに $a=0$ のとき. つまり bi を純虚数という.

例1
$3-2i$	の	実部 3	虚部 -2
$\frac{1+\sqrt{3}i}{2}$	の	実部 $\frac{1}{2}$	虚部 $\frac{\sqrt{3}}{2}$
2	の	実部 2	虚部 0
i	の	実部 0	虚部 1

複素数の相等
a. b. c. dは実数とする.
$a+bi=c+di \iff a=c$ かつ $b=d$
とくに $a+bi=\underbrace{0}_{0+0i\text{ と考える.}} \iff a=0$ かつ $b=0$

例題1 → 動画