(数) P.12　第1章　場合の数と確率
第1節　場合の数

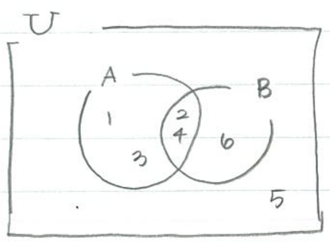
1　集合の要素の個数

集合Aの個数 … $n(A)$ と表す。
number

空集合の場合 … $n(\emptyset)=0$

例1
全体集合 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$
部分集合 $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{2,4,6\}$ のとき,
4コ　3コ

$n(A)=4$, $n(B)=3$



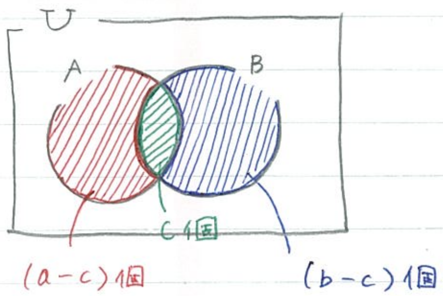
$A\cup B=\{1,2,3,4,6\}$ より $n(A\cup B)=5$
5コ

$\overline{A}=\{5,6\}$ より $n(\overline{A})=2$
2コ

☆ $n(A\cup B)$ を考える。

全体集合 U に対して, $n(A)=a$, $n(B)=b$, $n(A\cap B)=c$

$n(A\cup B)=(a-c)+(b-c)+c$
$=a+b-c$



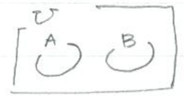
よって,
$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

和集合・補集合の個数

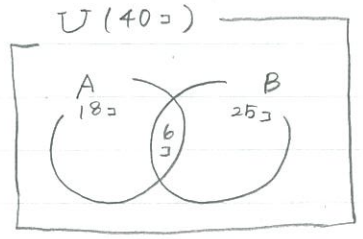
1. $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

2. $n(\overline{A})=n(U)-n(A)$

(1について, $n(A\cap B)=0$ のとき, $n(A\cap B)=n(A)+n(B)$)
$A\cap B=\emptyset$



例2
$n(U)=40$, $n(A)=18$, $n(B)=25$, $n(A\cap B)=6$



$n(A\cup B)=\underbrace{18}_{n(A)}+\underbrace{25}_{n(B)}-\underbrace{6}_{n(A\cap B)}$

$=37$

$n(\overline{A})=\underbrace{40}_{n(U)}-\underbrace{18}_{n(A)}=22$

◇ 倍数の個数

動画参照問題

例題1　100以下の自然数全体の集合を U
3の倍数全体の集合 A, 5の倍数全体の集合 B

(1) 3の倍数の個数　100÷3

$n(A)=33$　∴ 33個

(2) 3の倍数でない数

$n(\overline{A})=\underbrace{100}_{n(U)}-\underbrace{33}_{n(A)}=67$　∴ 67個

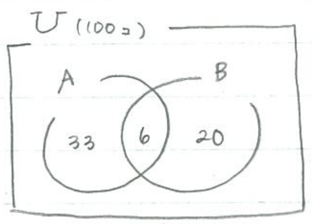
例題1 つづき

(3) 3の倍数 かつ 5の倍数

→ 3の倍数でもあり5の倍数でもある数とは… 15の倍数 (100÷15)

$n(A \cap B) = 6$　　∴ 6個

(4) 3の倍数 または 5の倍数



$n(B) = 20$ (100÷5)

よって

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$= 33 + 20 - 6$

$= 47$　　∴ 47個

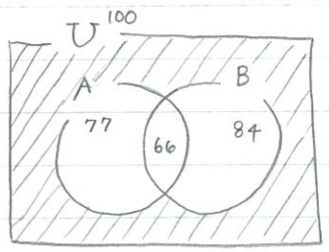
◇ 集合の応用

動画参照問題

応例1　全体100人, aに賛成77人, bに賛成84人, a,b両方賛成66人
aにもbにも賛成でない人は何人いるか。

全体100人の集合をU, aに賛成の人の集合A, bに賛成の人の集合をBとすると,

$n(A) = 77$, $n(B) = 84$, $n(A \cap B) = 66$.



aにもbにも賛成でない人の集合は $\overline{A \cup B}$ (図の斜線部!)
補集合

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$= 77 + 84 - 66 = 95$

よって

$n(\overline{A \cup B}) = n(U) - n(A \cup B)$

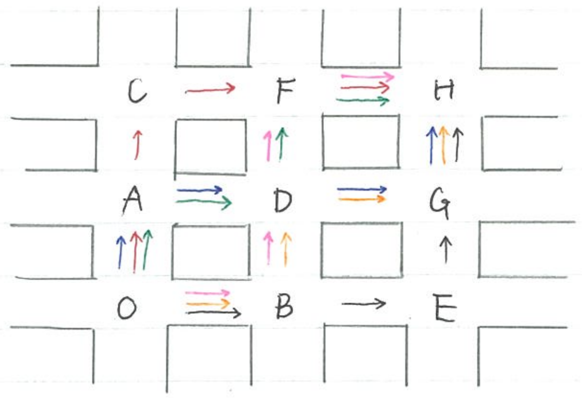
$= 100 - 95 = 5$

∴ 5人

2　場合の数

◇ 樹形図

書き出せる量であれば、これが1番いい!



左図のような道路で
OからHまで遠まわりをせずに
最短で行く道順は?

① $O \to A \to C \to F \to H$
② $O \to A \to D \to F \to H$
③ $O \to A \to D \to G \to H$
④ $O \to B \to D \to G \to H$
⑤ $O \to B \to D \to F \to H$
⑥ $O \to B \to E \to G \to H$

の6通り.

これを枝分かれのように表した下の図を樹形図という。