

第1章 場合の数と確率

問・練習 (第1節)

練習 1

$A = \{2, 4, 6, 8\}$, $B = \{3, 6, 9\}$
 よって $n(A) = 4$, $n(B) = 3$

練習 2

1から100までの整数のうち、6の倍数全体の集合をA、8の倍数全体の集合をBとすると、6と8の少なくとも一方で割り切れる数全体の集合はA∪Bである。

$$A = \{6 \cdot 1, 6 \cdot 2, 6 \cdot 3, \dots, 6 \cdot 16\}$$

$$B = \{8 \cdot 1, 8 \cdot 2, 8 \cdot 3, \dots, 8 \cdot 12\}$$

から $n(A) = 16$, $n(B) = 12$

また、 $A \cap B$ は6と8の最小公倍数24の倍数全体の集合であるから

$$A \cap B = \{24 \cdot 1, 24 \cdot 2, 24 \cdot 3, 24 \cdot 4\}$$

よって $n(A \cap B) = 4$

ゆえに $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 16 + 12 - 4 = 24$ 図 24個

練習 3

1から200までの整数全体の集合を全体集合Uとする
 と $n(U) = 200$

また、そのうち3の倍数全体の集合をA、5の倍数全体の集合をBとすると

$$A = \{3 \cdot 1, 3 \cdot 2, 3 \cdot 3, \dots, 3 \cdot 66\}$$

$$B = \{5 \cdot 1, 5 \cdot 2, 5 \cdot 3, \dots, 5 \cdot 40\}$$

であるから $n(A) = 66$, $n(B) = 40$

(1) 3の倍数でない数全体の集合は \bar{A} であるから
 $n(\bar{A}) = n(U) - n(A) = 200 - 66 = 134$ 図 134個

(2) 3の倍数かつ5の倍数は15の倍数であり、このような数全体の集合は $A \cap B$ であるから

$$A \cap B = \{15 \cdot 1, 15 \cdot 2, 15 \cdot 3, \dots, 15 \cdot 13\}$$

よって $n(A \cap B) = 13$

5の倍数であるが、3の倍数でない数全体の集合は $\bar{A} \cap B$ で表され

$$n(\bar{A} \cap B) = n(B) - n(A \cap B) = 40 - 13 = 27$$

図 27個

問 1

電車を利用する生徒の集合をA、自転車を利用する生徒の集合をBとすると

$$n(A) = 18$$
, $n(A \cap B) = 7$

電車だけを利用する生徒の集合は $A \cap \bar{B}$ で表され、その要素の個数は

$$n(A \cap \bar{B}) = n(A) - n(A \cap B) = 18 - 7 = 11$$

図 11人

練習 4

40人の生徒全員の集合を全体集合Uとし、本Aを読んだ生徒の集合をA、本Bを読んだ生徒の集合をBとすると

$$n(U) = 40$$
, $n(A) = 25$, $n(B) = 17$, $n(A \cap B) = 12$

(1) AもBも読んでいない生徒の集合は $\bar{A} \cap \bar{B}$ 、すなわち $\overline{A \cup B}$ で表され、その要素の個数は

$$n(\overline{A \cup B}) = n(U) - n(A \cup B)$$

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 25 + 17 - 12 = 30 \end{aligned}$$

よって $n(\overline{A \cup B}) = 40 - 30 = 10$ 図 10人

(2) Aだけ読んだ生徒の集合は $A \cap \bar{B}$ で表され、その要素の個数は

$$n(A \cap \bar{B}) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$= 25 - 12 = 13$$
 図 13人

(3) Bだけ読んだ生徒の集合は $\bar{A} \cap B$ で表され、その要素の個数は

$$n(\bar{A} \cap B) = n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 17 - 12 = 5$$
 図 5人

(p.16) 研究 練習 1

$$n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C)$$

$$- n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$$

$$= (a + d + f + g) + (b + d + e + g) + (c + e + f + g)$$

$$- (d + g) - (e + g) - (f + g) + g$$

$$= a + b + c + d + e + f + g$$

$$= n(A \cup B \cup C)$$

よって、与えられた等式は成り立つ。

(p.16) 研究 練習 2

1から100までの整数のうち、2の倍数、3の倍数、5の倍数全体の集合を、それぞれA、B、Cとすると

$$n(A) = 50$$
, $n(B) = 33$, $n(C) = 20$

また、 $A \cap B$, $B \cap C$, $C \cap A$, $A \cap B \cap C$ は、それぞれ6の倍数、15の倍数、10の倍数、30の倍数全体の集合であるから

$$n(A \cap B) = 16$$
, $n(B \cap C) = 6$, $n(C \cap A) = 10$,

$$n(A \cap B \cap C) = 3$$

2, 3, 5の少なくとも1つで割り切れる数全体の集合は $A \cup B \cup C$ であるから

$$n(A \cup B \cup C)$$

$$= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C)$$

$$- n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$$

$$= 50 + 33 + 20 - 16 - 6 - 10 + 3 = 74$$

図 74個