

例題2

$$(a+b+c)^2 = \{(a+b)+c\}^2$$

$$a+b = A \text{ とおくと, } = (A+c)^2$$

$$= A^2 + 2Ac + c^2$$

$$= (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

工夫して展開すると、
(a+b)をひとまとめた展開が可能になります！

例題3

指数法則

$$(ab)^2 = a^2b^2$$

$$(1) (x+1)^2(x-1)^2$$

$$= \{(x+1)(x-1)\}^2$$

$$= (x^2-1)^2$$

$$= x^4 - 2x^2 + 1$$

$$(2) (a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$$

$$= \{(a^2+b^2)+ab\} \{(a^2+b^2)-ab\}$$

$$a^2+b^2 = A \text{ とおくと,}$$

$$= (A+ab)(A-ab)$$

$$= A^2 - a^2b^2$$

$$= (a^2+b^2)^2 - a^2b^2$$

$$= a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - a^2b^2$$

$$= a^4 + a^2b^2 + b^4$$

(a+b)(a-b)の展開は「さる」!

同類項の計算までしっかり!

教 P.15

因数分解

因数分解

$$x^2-x-6 = (x-3)(x+2)$$

因数 (積をつくる各形式のこま)

共通因数のくり出し

$$AB + AC = A(B+C)$$

例13

$$(1) 9x^2y^2 - 6xy^3 = 3xy^2(3x-2y)$$

$$(2) (a-b)x + (b-a)y = (a-b)x - (a-b)y$$

共通して「はいり」なんだから「はいり」...

$$= (a-b)(x-y)$$

$$\begin{aligned} + (b-a) &= b-a \\ - (a-b) &= b-a \end{aligned}$$

二次式の因数分解

因数分解の公式

$$1. a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

$$2. a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$3. x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$$

中学校で既習済!!

例14

(1) $x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2$
 $2 \cdot 5 \cdot 5^2$

(2) $4a^2 - 12ab + 9b^2 = (2a-3b)^2$
 $(2a)^2 \quad 2 \cdot 2a \cdot 3b \quad (3b)^2$

(3) $9x^2 - 4y^2 = (3x+2y)(3x-2y)$
 $(3x)^2 \quad (2y)^2$

(4) $x^2 + 8x + 15 = (x+3)(x+5)$
 $3+5 \quad 3 \cdot 5$

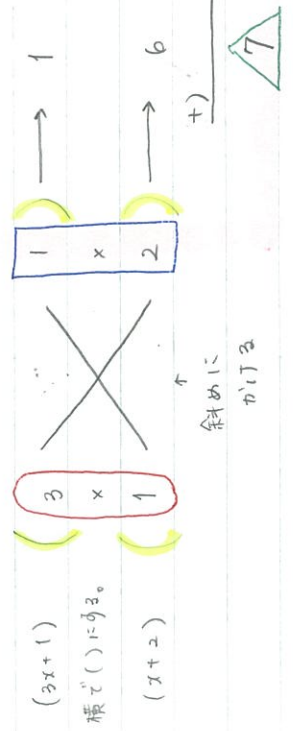
(5) $x^2 + 3xy - 18y^2 = (x-3y)(x+6y)$
 $-3+6 \quad (-3) \cdot 6$

因数分解の公式

4. $acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$

例15

$3x^2 + 7x + 2$ の因数分解

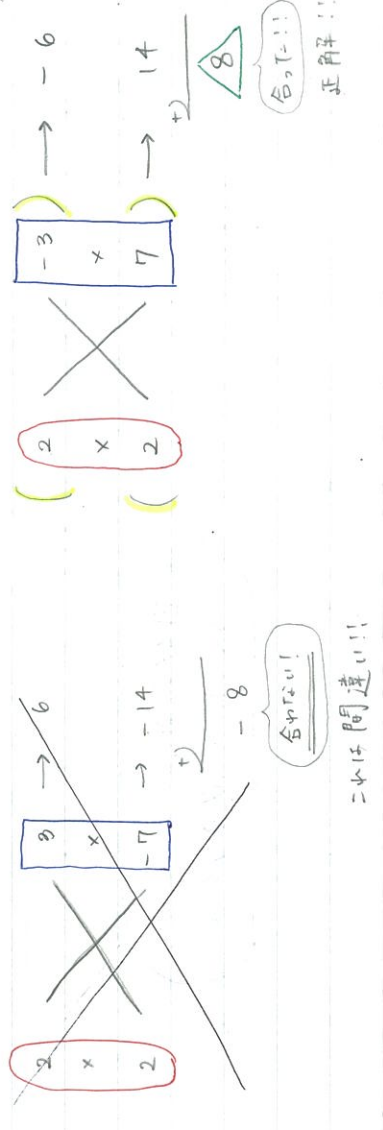


5.7. $3x^2 + 7x + 2 = (3x+1)(x+2)$

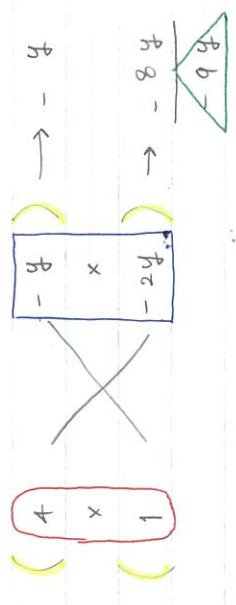
動画参照問題

例題4

(1) $4x^2 + 8x - 21 = (2x-3)(2x+7)$



(2) $4x^2 - 9xy + 2y^2 = (4x-y)(x-2y)$



◇ いろいろな方法による因数分解

例題5

動画参照問題

$x^2 - y^2 - 2y - 1 = x^2 - (y^2 + 2y + 1)$
 $= x^2 - (y+1)^2$
 $= x^2 - A^2$
 $= (x+A)(x-A)$
 $= \{x+(y+1)\} \{x-(y+1)\}$
 $= (x+y+1)(x-y-1)$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

例題6

$$\begin{aligned}
 x^2 = A \times B + C & \\
 (x^2)^2 & \\
 x^4 - 8x^2 - 9 & \\
 = A^2 - 8A - 9 & \\
 = (A-9)(A+1) & \\
 = (x^2-9)(x^2+1) & \\
 = (x+3)(x-3)(x^2+1) &
 \end{aligned}$$

因数分解はできる所まで必ずやること。

軌画参照問題

例題1

$$\begin{aligned}
 x^3 + x^2y - x^2 - y & \\
 = (x^2-1)y + (x^3-x^2) & \\
 = (x+1)(x-1)y + x^2(x-1) & \\
 = (x-1)\{(x+1)y + x^2\} & \\
 = (x-1)(x^2+xy+y) &
 \end{aligned}$$

文字がいくつもある時、次数の低いもので考える！

この問題の場合、
xは2次数、yは1次数
yに注目して整理して考える。

例題2

$$\begin{aligned}
 2x^2 + 5xy + 3y^2 - 3x - 5y - 2 & \\
 = 2x^2 + (5y-3)x + 3y^2 - 5y - 2 & \\
 = 2x^2 + (5y-3)x + (3y+1)(y-2) & \\
 = \{2x + (3y+1)\} \{x + (y-2)\} & \\
 = (2x+3y+1)(x+y-2) &
 \end{aligned}$$

文字がいくつもある時、次数も同じ場合、
どちらかに着目して考える！

$$\begin{array}{r}
 3 \times 1 \rightarrow 1 \\
 1 \times -2 \rightarrow -6 \\
 \hline
 -5
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2 \times 3y+1 \rightarrow 3y+1 \\
 1 \times y-2 \rightarrow y-2 \\
 \hline
 3y-3
 \end{array}$$

因数分解

例題2 (別解)

$$\begin{aligned}
 2x^2 + 5xy + 3y^2 - 3x - 5y - 2 & \\
 \text{因数分解} & \\
 = (2x+3y)(x+y) - (3x+5y) - 2 & \\
 \text{因数分解} & \\
 = (2x+3y+1)(x+y-2) &
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 2 \times 3 \rightarrow 3 \\
 1 \times 1 \rightarrow 2 \\
 \hline
 5
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2x+3y \quad \times \quad 1 \rightarrow x+y \\
 x+y \quad \quad \quad -2 \rightarrow -4x-6y \\
 \hline
 -3x-5y \\
 = -(3x+5y)
 \end{array}$$

例題3

軌画参照問題

$$\begin{aligned}
 a(b^2-c^2) + b(c^2-a^2) + c(a^2-b^2) & \\
 = a(b^2-c^2) + bc^2 - a^2b + a^2c - b^2c & \\
 = (-b+c)a^2 + (b^2-c^2)a + bc^2 - b^2c & \\
 = -(b-c)a^2 + (b+c)(b-c)a - (b-c)bc & \\
 = -(b-c)\{a^2 - (b+c)a + bc\} & \\
 = -(b-c)(a-b)(a-c) &
 \end{aligned}$$

この場合、どの文字も「次数が1」
同じTだから、1つに着目する。

軌画参照問題

発展

3次式の展開と因数分解

★ $(a+b)^3$ の展開

$$\begin{aligned}
 (a+b)^3 &= (a+b)^2(a+b) \\
 &= (a^2 + 2ab + b^2)(a+b) \\
 &= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 \\
 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad \text{--- ①}
 \end{aligned}$$

★ $(a-b)^3$ の展開

$$\begin{aligned}
 (a-b)^3 &= \{a + (-b)\}^3 \\
 \text{①の } b \text{ を } (-b) &= a^3 + 3a^2(-b) + 3a(-b)^2 + (-b)^3 \\
 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3
 \end{aligned}$$

1に可なりだす!!!

展開の公式

$$\begin{aligned}
 5. \quad (a+b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\
 (a-b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3
 \end{aligned}$$

例1

$$\begin{aligned}
 (1) \quad (x+2)^3 &= x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 + 2^3 \\
 &= x^3 + 6x^2 + 12x + 8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad (2x-y)^3 &= (2x)^3 - 3 \cdot (2x)^2 \cdot y + 3 \cdot 2x \cdot y^2 - y^3 \\
 &= 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3
 \end{aligned}$$

展開の公式

$$\begin{aligned}
 6. \quad (a+b)(a^2-ab+b^2) &= a^3 + b^3 \\
 (a-b)(a^2+ab+b^2) &= a^3 - b^3
 \end{aligned}$$

前の()の2つを掛けた符号が、変わった=開多

例2

$$\begin{aligned}
 (1) \quad (x+1)(x^2-x+1) &= (x+1)(x^2-x \cdot 1 + 1^2) \\
 &= x^3 + 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad (x-2y)(x^2+2xy+4y^2) &= (x-2y)(x^2+x \cdot 2y + (2y)^2) \\
 &= x^3 - 8y^3
 \end{aligned}$$

因数分解の公式

$$\begin{aligned}
 5. \quad a^3 + b^3 &= (a+b)(a^2-ab+b^2) \\
 a^3 - b^3 &= (a-b)(a^2+ab+b^2)
 \end{aligned}$$

例3

$$\begin{aligned}
 (1) \quad x^3 + 64 &= x^3 + 4^3 \\
 &= (x+4)(x^2-x \cdot 4 + 4^2) \\
 &= (x+4)(x^2-4x+16)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad 8a^3 - b^3 &= (2a)^3 - b^3 \\
 &= (2a-b) \{ (2a)^2 + 2a \cdot b + b^2 \} \\
 &= (2a-b) (4a^2 + 2ab + b^2)
 \end{aligned}$$

第2節 実数

4 実数 ◇ 有理数

整数：自然数 1, 2, 3, ... に 0, -1, -2, ... と合わせた数。

有理数：分数で表される数

例16

$$\begin{aligned}
 (1) \quad \frac{21}{4} &= 5.25 & (2) \quad \frac{9}{80} &= 0.1125 \\
 (3) \quad \frac{2}{3} &= 0.666\dots & (4) \quad -\frac{3}{22} &= -0.13636\dots
 \end{aligned}$$

(1) ~ (4) はすべて分数で表さるため有理数である。

この中で、(1), (2) のように限りの有理数 ... **有限小数**
 (3), (4) のように限りの無理数 ... **無限小数**
 無限小数の中で (3) のように同じ並びが続く ... **循環小数**

これから、

有理数とは分数で表さる。つまり、有限小数、循環小数である。
 逆に、整数も有理数であり、有限小数、循環小数は、
 必ず分数の形で表され、有理数である。

循環小数の表し方

ex) $0.666\dots = 0.\dot{6}$
 $-0.13636\dots = -0.1\dot{3}\dot{6}$
 $1.3178178\dots = 1.3\dot{1}7\dot{8}$

続く数の上に・をつける。
 3つ以上の場合は、最初と最後の数字

例17 $x = 3.2\dot{7}$

$$x = 3.272727\dots \quad 50 \text{ 両辺 } 100 \text{ 倍する。}$$

小数点より後ろの並びが
 2つ以上あるため
 2は問題によって何倍するかわかる。

$$\begin{aligned}
 100x &= 327.2727\dots \\
 -) \quad x &= 3.2727\dots \\
 \hline
 99x &= 324 \\
 x &= \frac{324}{99} = \frac{36}{11}
 \end{aligned}$$