例題2

$(a+b+c)^2 = \{(a+b)+c\}^2$

$a+b=A$ とすると、 $= (A+c)^2$

$= A^2 + 2Ac + c^2$

$= (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2$

$= a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2$

$= a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

工夫して展開すると、$(a+b)$を1つとみて展開することができる！

例題3

(1) $(x+1)^2(x-1)^2$

$= \{(x+1)(x-1)\}^2$

指数法則 $(ab)^2 = a^2b^2$

$= (x^2-1)^2$

$= x^4 - 2x^2 + 1$

(2) $(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$

$= \{(a^2+b^2)+ab\}\{(a^2+b^2)-ab\}$

$a^2+b^2=A$ とすると、

$= (A+ab)(A-ab)$

$(a+b)(a-b)$ の展開になる！

$= A^2 - a^2b^2$

$= (a^2+b^2)^2 - a^2b^2$

$= a^4+2a^2b^2+b^4-a^2b^2$

$= a^4+a^2b^2+b^4$

同類項の計算までしっかり！

㊫ P.15 $\boxed{3}$ 因数分解

$x^2-x-6 = (x-3)(x+2)$

因数分解

因数（積をつくっている各式のこと）

◇ 共通因数のくくり出し

$AB + AC = A(B+C)$

例13

(1) $9x^2y^2 - 6xy^3 = 3xy^2(3x-2y)$

$+(b-a) = b-a$
$-(a-b) = b-a$

(2) $(a-b)x + (b-a)y = (a-b)x - (a-b)y$

共通してないけど なんだか似ている…

$= (a-b)(x-y)$

◇ 2次式の因数分解

因数分解の公式

1. $a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2$
   $a^2-2ab+b^2 = (a-b)^2$
2. $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$
3. $x^2+(a+b)x+ab = (x+a)(x+b)$

中学校で既習済！！

例14

(1) $\underbrace{x^2+10x+25}_{}$ $= (x+5)^2$

$10x$: $2\cdot 5$　25: 5^2

(2) $4a^2 - 12ab + 9b^2 = (2a-3b)^2$

$4a^2$: $(2a)^2$　$12ab$: $2\cdot 2a\cdot 3b$　$9b^2$: $(3b)^2$

(3) $9x^2 - 4y^2 = (3x+2y)(3x-2y)$

$9x^2$: $(3x)^2$　$4y^2$: $(2y)^2$

(4) $x^2+8x+15 = (x+3)(x+5)$

$8x$: $3+5$　15: $3\cdot 5$

(5) $x^2+3xy-18y^2 = (x-3y)(x+6y)$

$3xy$: $-3+6$　$-18y^2$: $(-3)\cdot 6$

因数分解の公式

4. $acx^2+(ad+bc)x+bd = (ax+b)(cx+d)$

例15

$3x^2+7x+2$ の因数分解

$(3x+1)$
横で( )にする。
$(x+2)$

$$\begin{array}{ccc} 3 & & 1 \to 1 \\ \times & \times & \times \\ 1 & & 2 \to 6 \\ & & +)\ \overline{\ \ 7\ \ } \end{array}$$

↑ 斜めにかける

← ここが合うまで何回も!!

この方法を たすき掛け という。

よって、$3x^2+7x+2 = (3x+1)(x+2)$ //

動画参照問題

例題4

(1) $4x^2+8x-21 = (2x-3)(2x+7)$

$$\begin{array}{ccc} 2 & & 3 \to 6 \\ \times & \times & \times \\ 2 & & -7 \to -14 \\ & & +)\ \overline{\ -8\ } \end{array}$$

合わない! これは間違い!!

$$\begin{array}{ccc} 2 & & -3 \to -6 \\ \times & \times & \times \\ 2 & & 7 \to 14 \\ & & +)\ \overline{\ \ 8\ \ } \end{array}$$

合った!! 正解!!

(2) $4x^2-9xy+2y^2 = (4x-y)(x-2y)$

$$\begin{array}{ccc} 4 & & -y \to -y \\ \times & \times & \times \\ 1 & & -2y \to -8y \\ & & \overline{\ -9y\ } \end{array}$$

◇ いろいろな方法による因数分解

例題5　動画参照問題

$x^2-y^2-2y-1 = x^2-(y^2+2y+1)$

$= x^2-(y+1)^2$

$y+1=A$ とすると、$= x^2-A^2$

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$= (x+A)(x-A)$

$= \{x+(y+1)\}\{x-(y+1)\}$

$= (x+y+1)(x-y-1)$ //

例題6 動画参照問題

$$x^4 - 8x^2 - 9 \quad (x^4 = (x^2)^2)$$

$x^2 = A$ とすると

$$= A^2 - 8A - 9$$
$$= (A-9)(A+1)$$
$$= (x^2-9)(x^2+1)$$
$$= (x+3)(x-3)(x^2+1)$$

因数分解は
できる所まで必ずすること.

応例1 動画参照問題

$$x^3 + x^2y - x^2 - y$$
$$= (x^2-1)y + (x^3 - x^2)$$
$$= (x+1)(x-1)y + x^2(x-1)$$
$$= (x-1)\{(x+1)y + x^2\}$$
$$= (x-1)(x^2+xy+y) \quad /\!/$$

文字がいくつもある時
次数の低いもので考える!

この問題の場合,
xは次数3, yは次数1より
yについて整理して考える。

応例2 動画参照問題

文字がいくつもあって, 次数も同じ場合,
どちらかに着目して考える!

$$2x^2 + 5xy + 3y^2 - 3x - 5y - 2$$
$$= 2x^2 + (5y-3)x + \underbrace{3y^2 - 5y - 2}_{\text{因数分解}}$$

$$\begin{array}{ccccc} 3 & & 1 & \to & 1 \\ 1 & \times & -2 & \to & -6 \\ & & & & -5 \end{array}$$

$$= \underbrace{2x^2 + (5y-3)x + (3y+1)(y-2)}_{\text{因数分解}}$$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & & 3y+1 & \to & 3y+1 \\ 1 & \times & y-2 & \to & 2y-4 \\ & & & & 5y-3 \end{array}$$

$$= \{2x + (3y+1)\}\{x + (y-2)\}$$
$$= (2x+3y+1)(x+y-2)$$

応例2（別解）

$$\underbrace{2x^2 + 5xy + 3y^2}_{\text{因数分解}} - 3x - 5y - 2$$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & & 3 & \to & 3 \\ 1 & \times & 1 & \to & 2 \\ & & & & 5 \end{array}$$

$$= \underbrace{(2x+3y)(x+y) - (3x+5y) - 2}_{\text{因数分解}}$$

$$\begin{array}{ccccc} 2x+3y & & 1 & \to & x+y \\ x+y & \times & -2 & \to & -4x-6y \\ & & & & -3x-5y \\ & & & & = -(3x+5y) \end{array}$$

$$= (2x+3y+1)(x+y-2)$$

応例3 動画参照問題

この場合, どの文字も次数が
同じだから, 1つに着目する。

$$a(b^2-c^2) + b(c^2-a^2) + c(a^2-b^2)$$
$$= a(b^2-c^2) + bc^2 - a^2b + a^2c - b^2c$$
$$= (-b+c)a^2 + (b^2-c^2)a + bc^2 - b^2c$$
$$= -(b-c)a^2 + (b+c)(b-c)a - (b-c)bc$$
$$= -(b-c)\{a^2 - (b+c)a + bc\}$$
$$= -(b-c)(a-b)(a-c)$$
$$= (a-b)(b-c)(c-a) \quad /\!/$$

$\boxed{\text{発展}}$ 3次式の展開と因数分解

★ $(a+b)^3$ の展開

$$(a+b)^3 = (a+b)^2(a+b)$$
$$= (a^2+2ab+b^2)(a+b)$$
$$= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3$$
$$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad \text{——} ①$$

★ $(a-b)^3$ の展開

$$(a-b)^3 = \{a + (-b)\}^3$$

① の b を $(-b)$ にすればよい！

$$= a^3 + 3a^2(-b) + 3a(-b)^2 + (-b)^3$$
$$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

展開の公式

5. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$\boxed{\text{例1}}$

(1) $(x+2)^3 = x^3 + 3\cdot x^2\cdot 2 + 3\cdot x\cdot 2^2 + 2^3$

$= x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

(2) $(2x-y)^3 = (2x)^3 - 3\cdot(2x)^2\cdot y + 3\cdot 2x\cdot y^2 - y^3$

$= 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$

展開の公式

6. $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$

$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$

$(○+□)(○^2-○□+□^2)$
前の( )の2つを掛けて符号が変わった形

$\boxed{\text{例2}}$

(1) $(x+1)(x^2-x+1) = (x+1)(x^2-x\cdot 1+1^2)$

$= x^3+1$

(2) $(x-2y)(x^2+2xy+4y^2) = (x-2y)\{x^2+x\cdot 2y+(2y)^2\}$

$= x^3 - 8y^3$

因数分解の公式

5. $a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$

$a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

$\boxed{\text{例3}}$

(1) $x^3+64 = x^3+4^3$

$= (x+4)(x^2-x\cdot 4+4^2)$

$= (x+4)(x^2-4x+16)$

(2) $8a^3 - b^3 = (2a)^3 - b^3$

$= (2a-b)\{(2a)^2 + 2a\cdot b + b^2\}$

$= (2a-b)(4a^2+2ab+b^2)$

第2節 実数

$\boxed{4}$ 実数

◇ 有理数

整数 ： 自然数 1, 2, 3, … に 0, −1, −2, … と合わせた数

有理数 ： 分数で表される数

$\boxed{\text{例16}}$

(1) $\frac{21}{4} = 5.25$　　(2) $\frac{9}{80} = 0.1125$

(3) $\frac{2}{3} = 0.666\cdots$　　(4) $-\frac{3}{22} = -0.13636\cdots$

(1)〜(4) はすべて分数で表されているため有理数である。

この中で、(1), (2) のように限りの有る小数 … 有限小数
(3), (4) のように限りの無い小数 … 無限小数
無限小数の中で (3) のように同じ並びが続く小数 … 循環小数

これらから、

> 有理数とは分数で表される。つまり、有限小数，循環小数である。
> 逆に、整数も有理数であり，有限小数，循環小数は、
> 必ず分数の形で表され，有理数である。

循環小数の表し方

ex) $0.666\cdots = 0.\dot{6}$

$-0.13636\cdots = -0.1\dot{3}\dot{6}$

$1.3178178\cdots = 1.3\dot{1}7\dot{8}$

続く数の上に ˙ をつける。
3つ以上の場合，最初と最後の数

$\boxed{\text{例17}}$ $x = 3.\dot{2}\dot{7}$

$x = 3.272727\cdots$ より両辺100倍する。

小数点より後ろの並びが
そろうようにするため
これは問題によって何倍するか変わる。

$100x = 327.2727\cdots$

$$\begin{array}{rrl} & 100x = & 327.2727\cdots \\ -) & x = & 3.2727\cdots \\ \hline & 99x = & 324 \end{array}$$

$x = \frac{324}{99} = \frac{36}{11}$ //