p94 練習 24

次の条件を満たす放物線をグラフにもつ 2 次関数を求めよ。

(1) 頂点が点(2, 3) で，点(5，−6) を通る。

解) 頂点が点(2, 3) より，求める 2 次関数は

$y=a(x-2)^2+3$ とおける。

これが，点(5，−6) を通るので，

$$
\begin{aligned}
-6&=a(5-2)^2+3\\
-6&=9a+3\\
-9&=9a\\
a&=-1
\end{aligned}
$$

以上より，求める 2 次関数は

$y=-(x-2)^2+3$

(2) 軸が直線 $x=-2$ で，2 点(2，−1)，(−8, 4) を通る。

解) 軸が直線 $x=-2$ より，求める 2 次関数は

$y=a(x+2)^2+q$ とおける。

これが 2 点(2，−1)，(−8, 4) を通るので

$$
\begin{cases}
-1=a(2+2)^2+q\\
4=a(-8+2)^2+q
\end{cases}
$$

つまり，$\begin{cases} -1=16a+q & \cdots ① \\ 4=36a+q & \cdots ② \end{cases}$

①，②より，

$a=\dfrac{1}{4}$，$q=-5$

以上より，求める 2 次関数は

$y=\dfrac{1}{4}(x+2)^2-5$

p96 練習 25

次の連立 3 元 1 次方程式を解け。

(1) $\begin{cases} a-b+c=1 & \cdots ① \\ 4a-2b+c=-6 & \cdots ② \\ 9a+3b+c=9 & \cdots ③ \end{cases}$

解) ②−① から

$$
\begin{array}{rl}
 & 4a-2b+c=-6\\
- & \underline{\ \ a-\ b+c=\ \ 1}\\
 & 3a-\ b\qquad=-7 \cdots ④
\end{array}
$$

③−② から

$$
\begin{array}{rl}
 & 9a+3b+c=\ \ 9\\
- & \underline{4a-2b+c=-6}\\
 & 5a+5b\qquad=\ 15\\
 & \quad a+\ b=3 \quad \cdots ⑤
\end{array}
$$

④，⑤より，$a=-1,\ b=4$

①より，$c=6$

以上より，$a=-1,\ b=4,\ c=6$

(2) $\begin{cases} x+y+z=1 & \cdots ① \\ 2x-4y-z=11 & \cdots ② \\ x-y-2z=2 & \cdots ③ \end{cases}$

解) ①＋② から

$$
\begin{array}{rl}
 & x+\ y+z=\ 1\\
+ & \underline{2x-4y-z=11}\\
 & 3x-3y\qquad=12\\
 & \quad x-y=4 \quad \cdots ④
\end{array}
$$

①×2＋③ から

$$
\begin{array}{rl}
 & 2x+2y+2z=2\\
+ & \underline{\ x-\ y-2z=2}\\
 & 3x+\ y\qquad=4 \cdots ⑤
\end{array}
$$

④，⑤より，$x=2,\ y=-2$

①より，$z=1$

以上より，$x=2,\ y=-2,\ z=1$

組　　　　席　　名前

p96 練習 26

2 次関数のグラフが，3 点(1, 0), (2, 1), (−1, 10) を通るとき，その 2 次関数を求めよ。

解）求める 2 次関数を$y=ax^2+bx+c$ とする。

これが，3 点(1, 0), (2, 1), (−1, 10) を通るので，

$$\begin{cases} 0=a+b+c & \cdots ① \\ 1=4a+2b+c & \cdots ② \\ 10=a-b+c & \cdots ③ \end{cases}$$

②−① より，

$$\begin{array}{rl} a+b+c= & 0 \\ -\ a-b+c= & 10 \\ \hline 2b\quad = & -10 \\ b= & -5 \end{array}$$

よって，①，②は

$$\begin{cases} a+c=5 & \cdots ①' \\ 4a+c=11 & \cdots ②' \end{cases}$$

となるので，①′, ②′ より

$a=2,\ c=3$

以上より，求める 2 次関数は

$y=2x^2-5x+3$

p98 練習 27

次の 2 次方程式を解け。

(1) $x^2-6x+5=0$

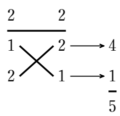
解）
$$\begin{aligned} x^2-6x+5&=0 \\ (x-1)(x-5)&=0 \\ x&=1,\ 5 \end{aligned}$$

(2) $x^2-5x-24=0$

解）
$$\begin{aligned} x^2-5x-24&=0 \\ (x+3)(x-8)&=0 \\ x&=-3,\ 8 \end{aligned}$$

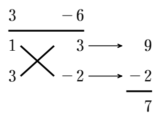
(3) $2x^2+5x+2=0$

解）
$$\begin{aligned} 2x^2+5x+2&=0 \\ (x+2)(2x+1)&=0 \\ x&=-2,\ -\frac{1}{2} \end{aligned}$$



(4) $3x^2+7x-6=0$

解）
$$\begin{aligned} 3x^2+7x-6&=0 \\ (x+3)(3x-2)&=0 \\ x&=-3,\ \frac{2}{3} \end{aligned}$$



p100 練習 28

次の 2 次方程式を解け。

(1) $3x^2+7x+1=0$

解）
$$\begin{aligned} x&=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\cdot3\cdot1}}{2\cdot3} \\ &=\frac{-7\pm\sqrt{37}}{6} \end{aligned}$$

(2) $x^2-3x-2=0$

解）
$$\begin{aligned} x&=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot1\cdot(-2)}}{2\cdot1} \\ &=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2} \end{aligned}$$

(3) $x^2+2x-1=0$

解）$x^2+2\cdot1x-1=0$
$$\begin{aligned} x&=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-\cdot1\cdot(-1)}}{1} \\ &=-1\pm\sqrt{2} \end{aligned}$$

(4) $2x^2-4x-7=0$

解）$2x^2+2\cdot2x-7=0$
$$\begin{aligned} x&=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-2\cdot(-7)}}{2} \\ &=\frac{-2\pm3\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

(5) $9x^2-12x+4=0$

解) $(3x-2)^2=0$

$$x=\frac{2}{3}$$

(6) $x^2-2\sqrt{3}x+2=0$

解) $x^2-2\cdot\sqrt{3}x+2=0$

$$x=\frac{-\left(-\sqrt{3}\right)\pm\sqrt{\left(-\sqrt{3}\right)^2-1\cdot2}}{1}$$

$$=\sqrt{3}\pm1$$

p102 練習 29

次の 2 次方程式の実数解の個数を求めよ。

(1) $x^2+3x+1=0$

解) この方程式の判別式を D とすると

$D=3^2-4\cdot1\cdot1$
$=5>0$

よって，2 個

(2) $2x^2-x+2=0$

解) この方程式の判別式を D とすると

$D=(-1)^2-4\cdot2\cdot2$
$=-15<0$

よって，0 個

(3) $4x^2+4x+1=0$

解) この方程式の判別式を D とすると

$D=4^2-4\cdot4\cdot1$
$=0$

よって，1 個

補足 $4x^2+4x+1=0$
$(2x+1)^2=0$
と因数分解できる。

p102 練習 30

2 次方程式 $3x^2-8x+m=0$ が異なる 2 つの実数解をもつように, 定数m の値の範囲を求めよ。

解) この方程式の判別式を D とすると

$$\frac{D}{4}=(-4)^2-3\cdot m$$
$$=16-3m$$

方程式が異なる 2 つの実数解をもつためには

$\frac{D}{4}>0$ となればよいので,

$16-3m>0$
$16>3m$
$m<\frac{16}{3}$

補足

2 次方程式$ax^2+2b'x+c=0$ の解

$x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$ の $\sqrt{}$ の中

であるb'^2-ac を判別式 $\frac{D}{4}$ と表す。

p102 問 6

例題 10 において，そのときの重解を求めよ。

解) $m=2\sqrt{2}$ のとき

$x^2-2\sqrt{2}+2=0$
$\left(x-\sqrt{2}\right)^2=0$
$x=\sqrt{2}$

$m=-2\sqrt{2}$ のとき

$x^2+2\sqrt{2}+2=0$
$\left(x+\sqrt{2}\right)^2=0$
$x=-\sqrt{2}$

補足

重解のときは，(　　$)^2=0$

と必ず因数分解できる。

p102 練習 31

2 次方程式 $x^2+mx-m+3=0$ が重解をもつように，定数m の値を定めよ。また，そのときの重解を求めよ。

解）この方程式の判別式を D とすると

$$
\begin{aligned}
\mathrm{D}&=m^2-4\cdot1\cdot(-m+3)\\
&=m^2+4m-12
\end{aligned}
$$

方程式が重解をもつためには

D＝0　となればよいので

$$
\begin{aligned}
m^2+4m-12&=0\\
(m+6)(m-2)&=0\\
m&=-6,\ 2
\end{aligned}
$$

$m=-6$ のとき

$$
\begin{aligned}
x^2-6x+9&=0\\
(x-3)^2&=0\\
x&=3
\end{aligned}
$$

$m=2$ のとき

$$
\begin{aligned}
x^2+2x+1&=0\\
(x+1)&=0\\
x&=-1
\end{aligned}
$$

以上より，

$m=-6$ のとき，重解は$x=3$

$m=2$ のとき，重解は$x=-1$