■問・練習・問題・演習問題の解答■

準備　集合

問・練習

練習 1

(1) $3 \in Q$　(2) $\sqrt{2} \notin Q$　(3) $-\frac{3}{2} \in Q$

練習 2

(1) $F=\{1,\ 2,\ 3,\ 6,\ 9,\ 18\}$
(2) $G=\{10,\ 12,\ 14\}$
(3) $H=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ \cdots\cdots\}$

練習 3

(1) $B=\{1,\ 2,\ 4\}$ であるから　$B \subset A$
(2) $C=\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$ であるから　$A=C$
(3) $D=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 8,\ 12,\ 24\}$ であるから
$A \subset D$

練習 4

$\varnothing$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{1,\ 2\}$, $\{1,\ 3\}$, $\{2,\ 3\}$, $\{1,\ 2,\ 3\}$

練習 5

$A \cap B=\{5,\ 15\}$
$A \cup B=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 10,\ 11,\ 13,\ 15\}$

問 1

$A \cap B \cap C=\{3,\ 5\}$
$A \cup B \cup C=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7,\ 11\}$

練習 6

$A \cap B \cap C=\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$
$A \cup B \cup C=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 9,\ 12,\ 18\}$

練習 7

(1) $\overline{A}=\{1,\ 4,\ 6,\ 8,\ 9\}$
(2) $\overline{B}=\{1,\ 2,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$
(3) $\overline{A} \cap \overline{B}=\{1,\ 6,\ 8,\ 9\}$
(4) $\overline{A} \cup \overline{B}=\{1,\ 2,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$
(5) $\overline{A} \cap B=\{4\}$
(6) $A \cap \overline{B}=\{2,\ 7\}$
(7) $A \cup \overline{B}=\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$
(8) $\overline{A} \cup B=\{1,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 8,\ 9\}$

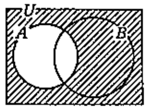
練習 8

$\overline{A}$ と $\overline{B}$ は，それぞれ図[1]と図[2]の斜線部分であり，その和集合 $\overline{A} \cup \overline{B}$ は，図[3]の斜線部分である。
また，図[3]の白い部分は $A \cap B$ であるから，図[3]の斜線部分は $\overline{A \cap B}$ で

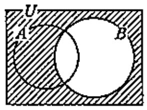
$$\overline{A \cap B}=\overline{A} \cup \overline{B}$$

が成り立つ。

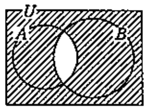
[1] $\overline{A}$



[2] $\overline{B}$



[3] $\overline{A} \cup \overline{B}$



練習 9

$\overline{A \cup B}=\{1,\ 5,\ 7\}$，$\overline{A} \cap \overline{B}=\{1,\ 5,\ 7\}$
よって，$\overline{A \cup B}=\overline{A} \cap \overline{B}$ が成り立つ。
$\overline{A \cap B}=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7,\ 8,\ 9\}$，
$\overline{A} \cup \overline{B}=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7,\ 8,\ 9\}$
よって，$\overline{A \cap B}=\overline{A} \cup \overline{B}$ が成り立つ。

第１章　場合の数と確率

問・練習（第１節）

練習１

$A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$，$B=\{3,\ 6,\ 9\}$

よって　$n(A)=4$，$n(B)=3$

練習２

1から100までの整数のうち，6の倍数全体の集合をA，8の倍数全体の集合をBとすると，6と8の少なくとも一方で割り切れる数全体の集合は$A\cup B$である。

$$A=\{6\cdot1,\ 6\cdot2,\ 6\cdot3,\ \cdots\cdots,\ 6\cdot16\}$$
$$B=\{8\cdot1,\ 8\cdot2,\ 8\cdot3,\ \cdots\cdots,\ 8\cdot12\}$$

から　$n(A)=16$，$n(B)=12$

また，$A\cap B$は6と8の最小公倍数24の倍数全体の集合であるから

$$A\cap B=\{24\cdot1,\ 24\cdot2,\ 24\cdot3,\ 24\cdot4\}$$

よって　$n(A\cap B)=4$

ゆえに　$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$
$=16+12-4=24$　　答　24個

練習３

1から200までの整数全体の集合を全体集合Uとすると　$n(U)=200$

また，そのうち3の倍数全体の集合をA，5の倍数全体の集合をBとすると

$$A=\{3\cdot1,\ 3\cdot2,\ 3\cdot3,\ \cdots\cdots,\ 3\cdot66\}$$
$$B=\{5\cdot1,\ 5\cdot2,\ 5\cdot3,\ \cdots\cdots,\ 5\cdot40\}$$

であるから　$n(A)=66$，$n(B)=40$

(1)　3の倍数でない数全体の集合は$\overline{A}$であるから

$$n(\overline{A})=n(U)-n(A)=200-66=134$$

答　134個

(2)　3の倍数かつ5の倍数は15の倍数であり，このような数全体の集合は$A\cap B$であるから

$$A\cap B=\{15\cdot1,\ 15\cdot2,\ 15\cdot3,\ \cdots\cdots,\ 15\cdot13\}$$

よって　$n(A\cap B)=13$

5の倍数であるが，3の倍数でない数全体の集合は$\overline{A}\cap B$で表され

$$n(\overline{A}\cap B)=n(B)-n(A\cap B)=40-13=27$$

答　27個

問１

電車を利用する生徒の集合をA，自転車を利用する生徒の集合をBとすると

$$n(A)=18,\ n(A\cap B)=7$$

電車だけを利用する生徒の集合は$A\cap\overline{B}$で表され，その要素の個数は

$$n(A\cap\overline{B})=n(A)-n(A\cap B)=18-7=11$$

答　11人

練習４

40人の生徒全員の集合を全体集合Uとし，本Aを読んだ生徒の集合をA，本Bを読んだ生徒の集合をBとすると

$n(U)=40$，$n(A)=25$，$n(B)=17$，$n(A\cap B)=12$

(1)　AもBも読んでいない生徒の集合は$\overline{A}\cap\overline{B}$，すなわち$\overline{A\cup B}$で表され，その要素の個数は

$$n(\overline{A\cup B})=n(U)-n(A\cup B)$$

ここで　$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$
$=25+17-12=30$

よって　$n(\overline{A\cup B})=40-30=10$　　答　10人

(2)　Aだけ読んだ生徒の集合は$A\cap\overline{B}$で表され，その要素の個数は

$n(A\cap\overline{B})=n(A)-n(A\cap B)$
$=25-12=13$　　答　13人

(3)　Bだけ読んだ生徒の集合は$\overline{A}\cap B$で表され，その要素の個数は

$n(\overline{A}\cap B)=n(B)-n(A\cap B)$
$=17-12=5$　　答　5人

(p.16) 研究　練習１

$n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)$
$\quad-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)$
$=(a+d+f+g)+(b+d+e+g)+(c+e+f+g)$
$\quad-(d+g)-(e+g)-(f+g)+g$
$=a+b+c+d+e+f+g$
$=n(A\cup B\cup C)$

よって，与えられた等式は成り立つ。

(p.16) 研究　練習２

1から100までの整数のうち，2の倍数，3の倍数，5の倍数全体の集合を，それぞれA，B，Cとすると

$$n(A)=50,\ n(B)=33,\ n(C)=20$$

また，$A\cap B$；$B\cap C$，$C\cap A$，$A\cap B\cap C$は，それぞれ6の倍数，15の倍数，10の倍数，30の倍数全体の集合であるから

$n(A\cap B)=16$，$n(B\cap C)=6$，$n(C\cap A)=10$，
$n(A\cap B\cap C)=3$

2，3，5の少なくとも1つで割り切れる数全体の集合は$A\cup B\cup C$であるから

$n(A\cup B\cup C)$
$=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)$
$\quad-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)$
$=50+33+20-16-6-10+3=74$　　答　74個