

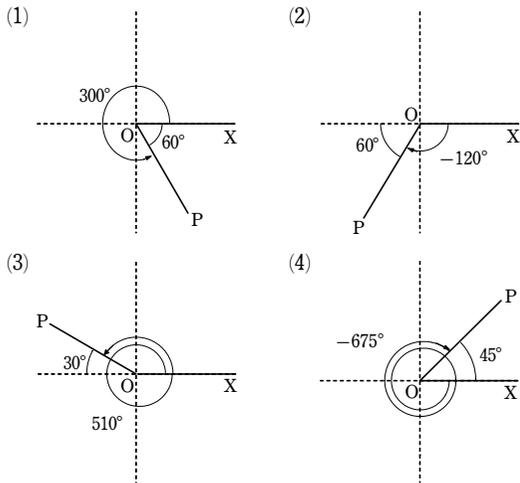
すべてではありませんが、解説動画をつけてあります。___の部分を選択して観て下さい。オリジナルのため、一部、模範解答とは表記が異なるものもあります。丁寧に答案を仕上げたい人は模範解答の書き方をお勧めします。

動画はYouTubeで公開していますが、みなさんだけに視聴が許された「限定公開」ですので、録画、写真撮影、加工、またSNSへの転載、URLの第三者への提供は一切禁止します。みなさんの学習の理解のためだけの視聴として下さい。

第4章 三角関数

問・練習 (第1節)

練習 1



練習 2

$240^\circ = 240^\circ + 360^\circ \times 0$, $600^\circ = 240^\circ + 360^\circ \times 1$,
 $780^\circ = 60^\circ + 360^\circ \times 2$, $-60^\circ = 300^\circ + 360^\circ \times (-1)$,
 $-300^\circ = 60^\circ + 360^\circ \times (-1)$, $-420^\circ = 300^\circ + 360^\circ \times (-2)$
 よって、求める角は 780° , -300°

練習 3

- (1) $\frac{\pi}{180} \times 15 = \frac{\pi}{12}$
- (2) $\frac{\pi}{180} \times 210 = \frac{7}{6}\pi$
- (3) $\frac{\pi}{180} \times (-240) = -\frac{4}{3}\pi$
- (4) $\frac{\pi}{180} \times 315 = \frac{7}{4}\pi$

練習 4

- (1) $\frac{180}{\pi} \times \frac{5}{4}\pi = 225$ ゆえに 225°
- (2) $\frac{180}{\pi} \times \frac{8}{5}\pi = 288$ ゆえに 288°
- (3) $\frac{180}{\pi} \times \left(-\frac{5}{2}\pi\right) = -450$ ゆえに -450°
- (4) $\frac{180}{\pi} \times \frac{5}{12}\pi = 75$ ゆえに 75°

練習 5

弧の長さを l , 面積を S とする。

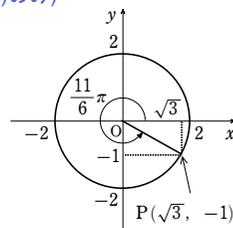
- (1) $l = 4 \cdot \frac{\pi}{5} = \frac{4}{5}\pi$, $S = \frac{1}{2} \cdot 4^2 \cdot \frac{\pi}{5} = \frac{8}{5}\pi$
- (2) $l = 6 \cdot \frac{5}{6}\pi = 5\pi$, $S = \frac{1}{2} \cdot 6^2 \cdot \frac{5}{6}\pi = 15\pi$

練習 6 ←解説動画はこちら((1)のみ)

- (1) $\frac{11}{6}\pi$ の動径と、原点を

中心とする半径が 2 の円との交点を P とすると、P の座標は $(\sqrt{3}, -1)$ である。よって

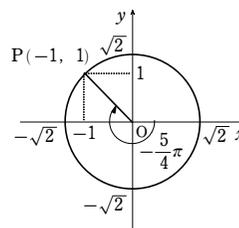
$$\begin{aligned}\sin \frac{11}{6}\pi &= -\frac{1}{2} \\ \cos \frac{11}{6}\pi &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \tan \frac{11}{6}\pi &= -\frac{1}{\sqrt{3}}\end{aligned}$$



- (2) $-\frac{5}{4}\pi$ の動径と、原点

を中心とする半径が $\sqrt{2}$ の円との交点を P とすると、P の座標は $(-1, 1)$ である。よって

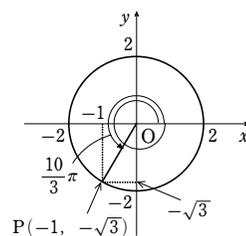
$$\begin{aligned}\sin\left(-\frac{5}{4}\pi\right) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(-\frac{5}{4}\pi\right) &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \tan\left(-\frac{5}{4}\pi\right) &= -1\end{aligned}$$



- (3) $\frac{10}{3}\pi$ の動径と、原点を

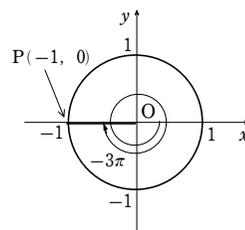
中心とする半径が 2 の円との交点を P とすると、P の座標は $(-1, -\sqrt{3})$ である。よって

$$\begin{aligned}\sin \frac{10}{3}\pi &= -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos \frac{10}{3}\pi &= -\frac{1}{2} \\ \tan \frac{10}{3}\pi &= \sqrt{3}\end{aligned}$$



- (4) -3π の動径と、原点を中心とする半径が 1 の円との交点を P とすると、P の座標は $(-1, 0)$ である。よって

$$\begin{aligned}\sin(-3\pi) &= 0 \\ \cos(-3\pi) &= -1 \\ \tan(-3\pi) &= 0\end{aligned}$$



練習 7 ←解説動画はこちら

θ の動径が第 4 象限にあるから $\sin \theta < 0$

よって、 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ から

$$\begin{aligned}\sin \theta &= -\sqrt{1 - \cos^2 \theta} = -\sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2} = -\frac{12}{13} \\ \tan \theta &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \left(-\frac{12}{13}\right) \div \frac{5}{13} = -\frac{12}{5}\end{aligned}$$

問 1

$\tan \theta < 0$ から、 θ の動径は第 2 象限か、または第 4 象限にある。

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \text{ から } \frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + (-2)^2 = 5$$

$$\text{よって } \cos^2 \theta = \frac{1}{5}$$

θ の動径が第 2 象限にあるとき、 $\cos \theta < 0$ であるから

$$\cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\sin \theta = \tan \theta \cos \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

θ の動径が第 4 象限にあるとき、 $\cos \theta > 0$ であるから

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\sin \theta = \tan \theta \cos \theta = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

練習 8 [←解説動画はこちら](#)

$\tan \theta > 0$ から、 θ の動径は第 1 象限か、または第 3 象限にある。

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \text{ から } \frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{10}{9}$$

$$\text{よって } \cos^2 \theta = \frac{9}{10}$$

θ の動径が第 1 象限にあるとき、 $\cos \theta > 0$ であるから

$$\cos \theta = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\sin \theta = \tan \theta \cos \theta = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

θ の動径が第 3 象限にあるとき、 $\cos \theta < 0$ であるから

$$\cos \theta = -\frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\sin \theta = \tan \theta \cos \theta = \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{\sqrt{10}}\right) = -\frac{1}{\sqrt{10}}$$

練習 9 [←解説動画はこちら \(1\) \(2\)](#)

$$\begin{aligned} (1) & (\sin \theta + \cos \theta)^2 + (\sin \theta - \cos \theta)^2 \\ &= \sin^2 \theta + 2\sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \\ &\quad - 2\sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta \\ &= 2\sin^2 \theta + 2\cos^2 \theta = 2(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = 2 \cdot 1 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & \tan^2 \theta + (1 - \tan^4 \theta) \cos^2 \theta \\ &= \tan^2 \theta + (1 - \tan^2 \theta)(1 + \tan^2 \theta) \cos^2 \theta \\ &= \tan^2 \theta + (1 - \tan^2 \theta) \cdot \frac{1}{\cos^2 \theta} \cdot \cos^2 \theta = 1 \end{aligned}$$

別解

$$\begin{aligned} & \tan^2 \theta + (1 - \tan^4 \theta) \cos^2 \theta \\ &= \tan^2 \theta + \cos^2 \theta - \tan^4 \theta \cos^2 \theta \\ &= \tan^2 \theta + \cos^2 \theta - \tan^2 \theta \sin^2 \theta \\ &= \tan^2 \theta (1 - \sin^2 \theta) + \cos^2 \theta \\ &= \tan^2 \theta \cos^2 \theta + \cos^2 \theta \\ &= \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \end{aligned}$$

練習 10 [←解説動画はこちら \(1\) \(2\)](#)

$$\begin{aligned} (1) & \sin \theta - \cos \theta = a \text{ の両辺を 2 乗すると} \\ & \sin^2 \theta - 2\sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta = a^2 \\ \text{よって } & 1 - 2\sin \theta \cos \theta = a^2 \\ \text{ゆえに } & \sin \theta \cos \theta = \frac{1 - a^2}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & \sin^3 \theta - \cos^3 \theta \\ &= (\sin \theta - \cos \theta)(\sin^2 \theta + \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta) \\ &= (\sin \theta - \cos \theta)(1 + \sin \theta \cos \theta) \\ &= a \left(1 + \frac{1 - a^2}{2}\right) = \frac{a(3 - a^2)}{2} \end{aligned}$$

練習 11 [←解説動画はこちら](#)

$$(1) \sin \frac{8}{3} \pi = \sin \left(\frac{2}{3} \pi + 2\pi\right) = \sin \frac{2}{3} \pi = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(2) \cos \frac{13}{2} \pi = \cos \left(\frac{\pi}{2} + 6\pi\right) = \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

$$(3) \tan \frac{17}{4} \pi = \tan \left(\frac{\pi}{4} + 4\pi\right) = \tan \frac{\pi}{4} = 1$$

練習 12 [←解説動画はこちら](#)

$$\sin \left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$\cos \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\tan \left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\tan \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}$$

練習 13 [←解説動画はこちら](#)

$$\sin \frac{5}{4} \pi = \sin \left(\frac{\pi}{4} + \pi\right) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos \frac{7}{6} \pi = \cos \left(\frac{\pi}{6} + \pi\right) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan \frac{7}{6} \pi = \tan \left(\frac{\pi}{6} + \pi\right) = \tan \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

問 2

$$\begin{aligned} 3' & \sin(\pi - \theta) = \sin\{\pi + (-\theta)\} = -\sin(-\theta) \\ &= -(-\sin \theta) = \sin \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos(\pi - \theta) &= \cos\{\pi + (-\theta)\} = -\cos(-\theta) \\ &= -\cos \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan(\pi - \theta) &= \tan\{\pi + (-\theta)\} = \tan(-\theta) \\ &= -\tan \theta \end{aligned}$$

$$4' \sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin \left\{\frac{\pi}{2} + (-\theta)\right\} = \cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$\begin{aligned} \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) &= \cos \left\{\frac{\pi}{2} + (-\theta)\right\} = -\sin(-\theta) \\ &= -(-\sin \theta) = \sin \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) &= \tan \left\{\frac{\pi}{2} + (-\theta)\right\} = -\frac{1}{\tan(-\theta)} \\ &= -\frac{1}{-\tan \theta} = \frac{1}{\tan \theta} \end{aligned}$$

練習 1 4 [←解説動画はこちら](#)

$$\begin{aligned}\sin \frac{19}{6} \pi &= \sin \left(\frac{7}{6} \pi + 2\pi \right) = \sin \frac{7}{6} \pi = \sin \left(\frac{\pi}{6} + \pi \right) \\ &= -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$\cos \left(-\frac{15}{4} \pi \right) = \cos \left(\frac{\pi}{4} - 4\pi \right) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned}\tan \frac{20}{3} \pi &= \tan \left(\frac{2}{3} \pi + 6\pi \right) = \tan \frac{2}{3} \pi = \tan \left(\pi - \frac{\pi}{3} \right) \\ &= -\tan \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}\end{aligned}$$