

教P41~49 練習問題 解答

練習9

$$(1) x = \pm \sqrt{-4} = \pm \sqrt{4}i = \pm 2i //$$

$$(2) x^2 = -1$$

$$x = \pm \sqrt{-1} = \pm \sqrt{1}i = \pm i //$$

← 2乗して -1 になるのは

i だけではないので注意!

$$(3) 4x^2 = -1$$

$$x^2 = -\frac{1}{4}$$

$$x = \pm \sqrt{-\frac{1}{4}} = \pm \sqrt{\frac{1}{4}}i = \pm \frac{1}{2}i //$$

← $\pm \frac{i}{2}$ も可.

練習10

$$(1) x^2 + 3x + 4 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times 4}}{2 \times 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{-7}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{7}i}{2} //$$

Point

2次方程式の解の公式

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$(2) x^2 + 2 \times (-2)x + 12 = 0$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 1 \times 12}}{1} = \frac{2 \pm \sqrt{-8}}{1} = 2 \pm \sqrt{8}i$$

$$= 2 \pm 2\sqrt{2}i //$$

Point

xの係数が偶数のときの
解の公式

$$ax^2 + 2b'x + c = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a}$$

(2) 81解.

通常の解の公式より

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times 12}}{2 \times 1} = \frac{4 \pm \sqrt{32}i}{2}$$

$$= \frac{4 \pm 4\sqrt{2}i}{2}$$

$$= 2 \pm 2\sqrt{2}i //$$

← 約分を忘れないこと!

$$(3) 2x^2 + 5x + 5 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times 5}}{2 \times 2} = \frac{-5 \pm \sqrt{-15}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{15}i}{4} //$$

$$(4) x^2 + 2x(-\sqrt{3})x + 4 = 0$$

$$x = \frac{-(-\sqrt{3}) \pm \sqrt{(-\sqrt{3})^2 - 1 \times 4}}{1} = \frac{\sqrt{3} \pm \sqrt{-1}}{1} = \sqrt{3} \pm i //$$

(4) 別解

通常の解の公式より

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-2\sqrt{3}) \pm \sqrt{(-2\sqrt{3})^2 - 4 \times 1 \times 4}}{2 \times 1} = \frac{2\sqrt{3} \pm \sqrt{4}}{2} \\ &= \frac{2\sqrt{3} \pm 2}{2} \\ &= \sqrt{3} \pm 1 // \end{aligned}$$

練習11

(1) 判別式をDとすると

$$D = 5^2 - 4 \times 1 \times 5 = 5 > 0 \text{ より}$$

異なる2つの実数解 //

$$(2) \frac{D}{4} = 2^2 - 2 \times 3 = -2 < 0 \text{ より}$$

異なる2つの虚数解 //

(2) 別解

$$D = 4^2 - 4 \times 2 \times 3 = -8 < 0 \text{ より}$$

異なる2つの虚数解 //

$$(3) D = 1^2 - 4 \times (-4) \times (-1) = -15 < 0 \text{ より}$$

異なる2つの虚数解 //

$$(4) \frac{D}{4} = (-\sqrt{3})^2 - 1 \times 3 = 0 \text{ より 重解} //$$

(4) 別解

$$D = (-2\sqrt{3})^2 - 4 \times 1 \times 3 = 0 \text{ より 重解} //$$

練習12

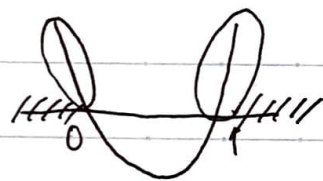
判別式を D とすると、 $\frac{D}{4} = m^2 - 1 \times m = m^2 - m$

(1) 実数解をもつのは $D \geq 0$ のときである。

$$\text{よって } m^2 - m \geq 0$$

$$m(m-1) \geq 0$$

これを解いて $m \leq 0, 1 \leq m //$

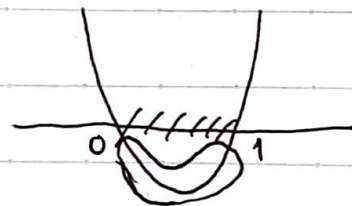


(2) 異なる2つの虚数解をもつのは $D < 0$ のときである。

$$\text{よって } m^2 - m < 0$$

$$m(m-1) < 0$$

これを解いて $0 < m < 1 //$



練習 13

(1) 判別式を D とすると

$$\frac{D}{4} = 2^2 - 1 \times m = 4 - m$$

$$\begin{cases} D > 0 \Leftrightarrow m < 4 \text{ のとき 異なる2つの実数解} \\ D = 0 \Leftrightarrow m = 4 \text{ のとき 重解} \\ D < 0 \Leftrightarrow m > 4 \text{ のとき 異なる2つの虚数解} // \end{cases}$$

(2) 判別式を D とすると

$$D = m^2 - 4 \times 1 \times 4 = m^2 - 16 = (m+4)(m-4)$$

$$\begin{cases} D > 0 \Leftrightarrow m < -4, 4 < m \text{ のとき 異なる2つの実数解} \\ D = 0 \Leftrightarrow m = -4, 4 \text{ のとき 重解} \\ D < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4 \text{ のとき 異なる2つの虚数解} // \end{cases}$$

文字を含む場合の解の

種類の判別は原則

場合分けして答える。

←「 $m = \pm 4$ のとき」と
書いても OK!

練習 14

(1) 和... $-\frac{4}{3}$, 積... $\frac{2}{3}$ //(2) 和... $-\frac{-6}{1} = 6$, 積... $\frac{-4}{1} = -4 //$

練習 15 解と係数の関係より

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -1$$

$$(1) \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-3)^2 - 2 \times (-1) = 11 //$$

$$(2) \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = (-3)^3 - 3 \times (-1) \times (-3) = -36 //$$

$$\begin{aligned} (3) (\alpha - \beta)^2 &= \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = (\alpha^2 + \beta^2) - 2\alpha\beta \\ &= 11 - 2 \times (-1) \\ &= 13 // \end{aligned}$$

$\alpha + \beta, \alpha\beta$ を **基本対称式**
という。これを使わないと効率
よく問題を解くことができない。

← (2) 別解

$$\begin{aligned} \alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) \\ &= (\alpha + \beta)(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta) \\ &= -3 \times \{11 - (-1)\} \\ &= -3 \times 12 \\ &= -36 \end{aligned}$$

練習16

(1) 2つの解は α , 4α と表すことができる.

解と係数の関係より

$$\alpha + 4\alpha = -5, \quad \alpha \cdot 4\alpha = m$$

すなわち $5\alpha = -5, \quad 4\alpha^2 = m$

よって $\alpha = -1$ より $m = 4 \times (-1)^2 = 4$ //

また、2つの解は $\alpha = -1$ と $4\alpha = -4$ //

(2) 1つの解の2倍が、他の解の3倍ということは、2つの

解の比が $2:3$ であることを意味する. よって 2つの

解は 2α , 3α と表すことができる.

解と係数の関係より

$$2\alpha + 3\alpha = -5, \quad 2\alpha \cdot 3\alpha = m$$

すなわち $5\alpha = -5, \quad 6\alpha^2 = m$

よって $\alpha = -1$ より $m = 6 \times (-1)^2 = 6$ //

また 2つの解は $2\alpha = -2$ と $3\alpha = -3$ //

Point

今までは2つの解を α, β とおいてきたけれど、今回のような問題では、この解の文字のあき方に工夫が必要である。日本語から正確に読みとれるようになるう!

練習17

(1) 2次方程式 $x^2 - 3x - 2 = 0$ の解は

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2 \times 1} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

よって $x^2 - 3x - 2 = \left(x - \frac{3 + \sqrt{17}}{2}\right) \left(x - \frac{3 - \sqrt{17}}{2}\right)$ //

(2) 2次方程式 $2x^2 - 2x - 3 = 0$ の解は

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 2 \times (-3)}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{2}$$

よって $2x^2 - 2x - 3 = 2 \left(x - \frac{1 + \sqrt{7}}{2}\right) \left(x - \frac{1 - \sqrt{7}}{2}\right)$ //

← i に通さないよう注意!

$\sqrt{17}$ はふたつの実数ですよ!

(3) 2次方程式 $x^2 + 4x + 6 = 0$ の解は

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 1 \times 6}}{1} = \frac{-2 \pm \sqrt{-2}}{1} = -2 \pm \sqrt{2}i$$

よ、

$$\begin{aligned} x^2 + 4x + 6 &= \{x - (-2 + \sqrt{2}i)\} \{x - (-2 - \sqrt{2}i)\} \\ &= (x + 2 - \sqrt{2}i)(x + 2 + \sqrt{2}i) // \end{aligned}$$

練習18

(1) 和: $2 + (-1) = 1$, 積: $2 \times (-1) = -2$ より

求める2次方程式の1つは

$$x^2 - x - 2 = 0 //$$

書き忘れない!

(2) 和: $(2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$, 積: $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1$

より、求める2次方程式の1つは $x^2 - 4x + 1 = 0 //$

(3) 和: $(1 + 2i) + (1 - 2i) = 2$, 積: $(1 + 2i)(1 - 2i) = 5$

より、求める2次方程式の1つは $x^2 - 2x + 5 = 0 //$

Point

$$x^2 - (\text{和})x + (\text{積}) = 0$$

③ ~~~~ は重要! 他にも

$2x^2 - 2x - 4 = 0$ とか
 $-3x^2 - 3x + 6 = 0$ など
 無数にあるから2ある。

P49 練習1.

この2次方程式の2つの解を α , β とし、判別式を D とする。
 この2次方程式が、異なる2つの正の解をもつのは、次の条件が成り立つときである。

[1] $D > 0$ かつ [2] $\alpha + \beta > 0$ かつ [3] $\alpha\beta > 0$
 ここで

$$\frac{D}{4} = (m-3)^2 - 1 \times 4m = m^2 - 10m + 9$$

$$D > 0 \text{ より } m^2 - 10m + 9 > 0$$

$$(m-1)(m-9) > 0$$

$$\text{よって } m < 1, 9 < m \text{ --- ①}$$

解と係数の関係より

$$\alpha + \beta = -2(m-3), \alpha\beta = 4m$$

$$\alpha + \beta > 0 \text{ より } -2(m-3) > 0 \text{ よって } m < 3 \text{ --- ②}$$

$$\alpha\beta > 0 \text{ より } 4m > 0 \text{ よって } m > 0 \text{ --- ③}$$

①, ②, ③の共通範囲を求めよ $0 < m < 1 //$

解の配置問題という。

模試では頻出の内容です。

解の配置の基本の3要素は

[1] 判別式

[2] 解の和

[3] 解の積

の条件を考えることです。

