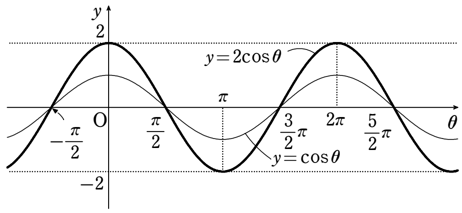
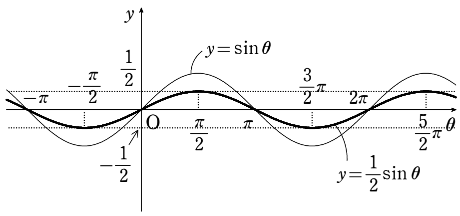
すべてではありませんが，解説動画をつけてあります。___ の部分を選択して観て下さい。オリジナルのため，一部，模範解答とは表記が異なるものもあります。丁寧に答案を仕上げたい人は模範解答の書き方をお勧めします。
※動画はYouTubeで公開していますが，みなさんだけに視聴が許された「限定公開」ですので，録画，写真撮影，加工，またSNSへの転載，URLの第三者への提供は一切禁止します。みなさんの学習の理解のためだけの視聴として下さい。

練習１５

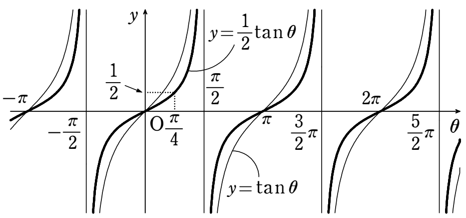
(1)　この関数のグラフは，$y=\cos\theta$ のグラフを，θ 軸をもとにして y 軸方向に 2 倍に拡大したもので，図のようになる。また，この関数は 2π を周期とする周期関数である。



(2)　この関数のグラフは，$y=\sin\theta$ のグラフを，θ 軸をもとにして y 軸方向に $\dfrac{1}{2}$ 倍に縮小したもので，図のようになる。また，この関数は 2π を周期とする周期関数である。

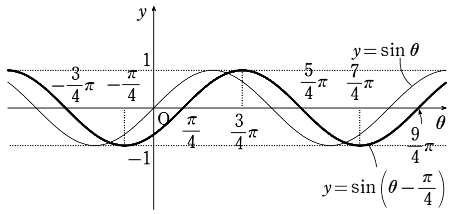


(3)　この関数のグラフは，$y=\tan\theta$ のグラフを，θ 軸をもとにして y 軸方向に $\dfrac{1}{2}$ 倍に縮小したもので，図のようになる。また，この関数は π を周期とする周期関数である。

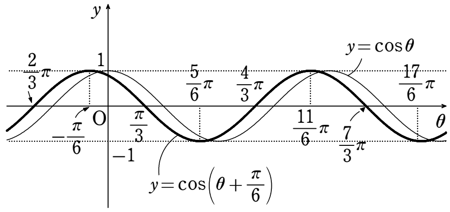


練習１６

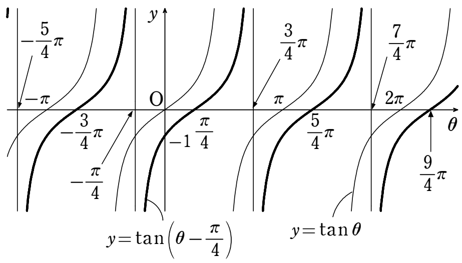
(1)　この関数のグラフは，$y=\sin\theta$ のグラフを，θ 軸方向に $\dfrac{\pi}{4}$ だけ平行移動したもので，図のようになる。また，この関数は 2π を周期とする周期関数である。



(2)　この関数のグラフは，$y=\cos\theta$ のグラフを，θ 軸方向に $-\dfrac{\pi}{6}$ だけ平行移動したもので，図のようになる。また，この関数は 2π を周期とする周期関数である。

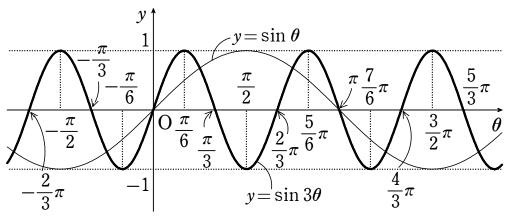


(3)　この関数のグラフは，$y=\tan\theta$ のグラフを，θ 軸方向に $\dfrac{\pi}{4}$ だけ平行移動したもので，図のようになる。また，この関数は π を周期とする周期関数である。



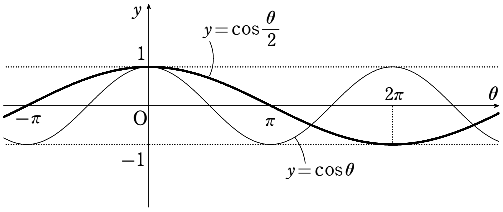
練習１７

(1)　この関数のグラフは，$y=\sin\theta$ のグラフを，y 軸をもとにして θ 軸方向に $\dfrac{1}{3}$ 倍に縮小したもので，図のようになる。また，この関数は $\dfrac{2}{3}\pi$ を周期とする周期関数である。

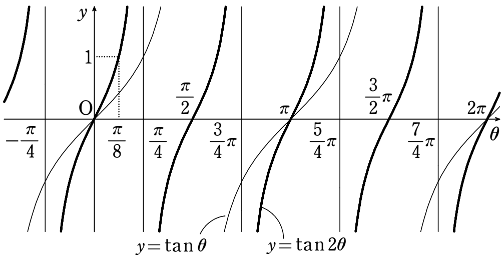


(2)　この関数のグラフは，$y=\cos\theta$ のグラフを，y 軸

をもとにして θ 軸方向に 2 倍に拡大したもので，図のようになる。また，この関数は 4π を周期とする周期関数である。

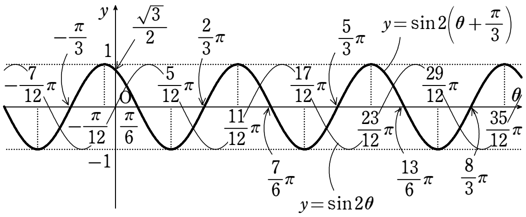


(3)　この関数のグラフは，$y=\tan\theta$ のグラフを，y 軸をもとにして θ 軸方向に $\frac{1}{2}$ 倍に縮小したもので，図のようになる。また，この関数は $\frac{\pi}{2}$ を周期とする周期関数である。



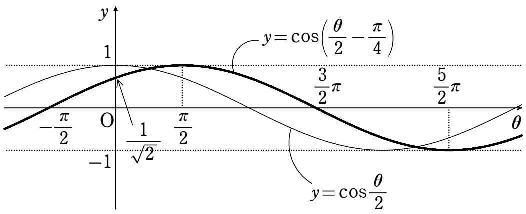
練習１８

(1)　$y=\sin 2\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)$ のグラフは，$y=\sin 2\theta$ のグラフを，θ 軸方向に $-\frac{\pi}{3}$ だけ平行移動したもので，図のようになる。また，この関数は π を周期とする周期関数である。



(2)　$\cos\left(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=\cos\frac{1}{2}\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)$ であるから，

$y=\cos\left(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{4}\right)$ のグラフは，$y=\cos\frac{\theta}{2}$ のグラフを，θ 軸方向に $\frac{\pi}{2}$ だけ平行移動したもので，図のようになる。また，この関数は 4π を周期とする周期関数である。

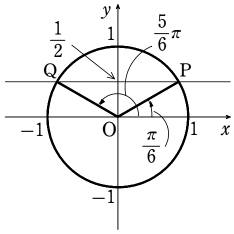


練習１９

(1)　方程式を変形すると

$$\sin\theta=\frac{1}{2}$$

直線 $y=\frac{1}{2}$ と単位円の交点を P，Q とすると，求める θ は，動径 OP，OQ の表す角である。



よって，$0\leqq\theta<2\pi$ のときの解は

$$\theta=\frac{\pi}{6},\ \frac{5}{6}\pi$$

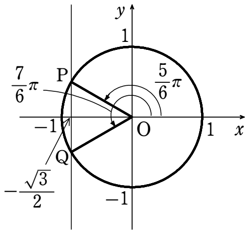
また，θ の範囲に制限がないときの解は

$$\theta=\frac{\pi}{6}+2n\pi,\ \frac{5}{6}\pi+2n\pi\quad(n \text{ は整数})$$

(2)　方程式を変形すると

$$\cos\theta=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

直線 $x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ と単位円の交点を P，Q とすると，求める θ は，動径 OP，OQ の表す角である。



よって，$0\leqq\theta<2\pi$ のときの解は

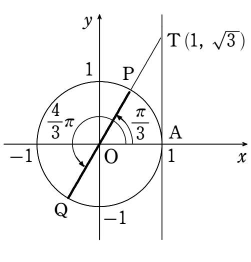
$$\theta=\frac{5}{6}\pi,\ \frac{7}{6}\pi$$

また，θ の範囲に制限がないときの解は

$$\theta=\frac{5}{6}\pi+2n\pi,\ \frac{7}{6}\pi+2n\pi\quad(n \text{ は整数})$$

問３

点 $(1,\ \sqrt{3})$ を T とする。直線 OT と単位円との交点は，図の 2 点 P，Q で，求める θ は，動径 OP，OQ の表す角である。



$0\leqq\theta<2\pi$ のときの解は

$$\theta=\frac{\pi}{3},\ \frac{4}{3}\pi$$

よって，θ の範囲に制限がないときの解は

$$\theta=\frac{\pi}{3}+2\pi\times k=\frac{\pi}{3}+\pi\times 2k\quad(k \text{ は整数})$$

あるいは

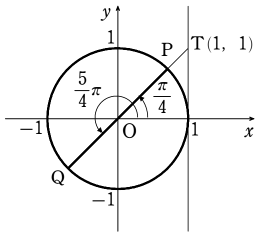
$$\theta=\frac{4}{3}\pi+2\pi\times l=\frac{\pi}{3}+\pi\times(2l+1) \quad (l\text{ は整数})$$

これらをまとめると次のようになる。

$$\theta=\frac{\pi}{3}+n\pi \quad (n\text{ は整数})$$

練習２０

点 (1, 1) を T とする。
直線 OT と単位円との交点は，図の 2 点 P，Q で，求める θ は，動径 OP, OQ の表す角である。



よって，$0\leqq\theta<2\pi$ のときの解は

$$\theta=\frac{\pi}{4},\ \frac{5}{4}\pi$$

また，θ の範囲に制限がないときの解は

$$\theta=\frac{\pi}{4}+n\pi \quad (n\text{ は整数})$$

練習２１

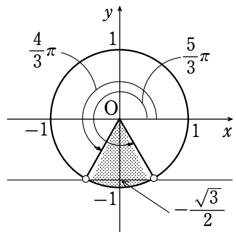
(1)　不等式を変形すると

$$\sin\theta<-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$0\leqq\theta<2\pi$ の範囲で

$\sin\theta=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす

θ の値は　$\theta=\dfrac{4}{3}\pi,\ \dfrac{5}{3}\pi$

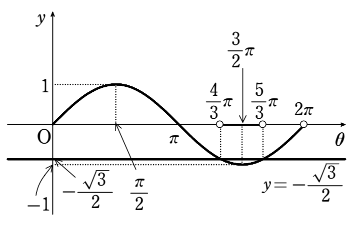


よって，図から，不等式を満たすθ の値の範囲は

$$\frac{4}{3}\pi<\theta<\frac{5}{3}\pi$$

別解　$\sin\theta<-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ から，求める θ の値の範囲は，関数 $y=\sin\theta$ $(0\leqq\theta<2\pi)$ のグラフが，直線 $y=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ より下側にあるような θ の値の範囲である。よって，図から

$$\frac{4}{3}\pi<\theta<\frac{5}{3}\pi$$



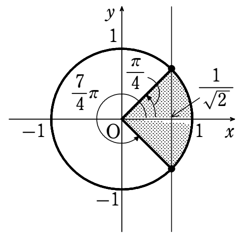
(2)　不等式を変形すると

$$\cos\theta\geqq\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$0\leqq\theta<2\pi$ の範囲で

$\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす θ

の値は　$\theta=\dfrac{\pi}{4},\ \dfrac{7}{4}\pi$

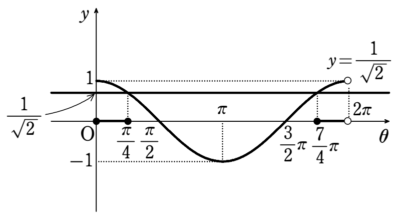


よって，図から，不等式を満たす θ の値の範囲は

$$0\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{4},\ \frac{7}{4}\pi\leqq\theta<2\pi$$

別解　$\cos\theta\geqq\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ から，求める θ の値の範囲は，関数 $y=\cos\theta$ $(0\leqq\theta<2\pi)$ のグラフが，直線 $y=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ より上側 (交点を含む) にあるような θ の値の範囲である。よって，図から

$$0\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{4},\ \frac{7}{4}\pi\leqq\theta<2\pi$$



問４

$0\leqq\theta<2\pi$ の範囲で $\tan\theta=\sqrt{3}$ を満たす θ の値は

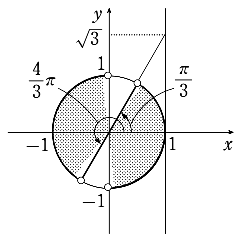
$$\theta=\frac{\pi}{3},\ \frac{4}{3}\pi$$

よって，図から，不等式を満たす θ の値の範囲は

$$0\leqq\theta<\frac{\pi}{3},$$

$$\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{4}{3}\pi,$$

$$\frac{3}{2}\pi<\theta<2\pi$$

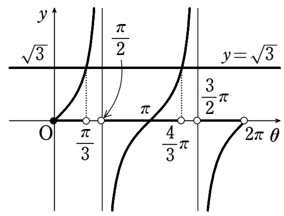


別解　求める θ の値の範囲は，関数 $y=\tan\theta$ $(0\leqq\theta<2\pi)$ のグラフが，直線 $y=\sqrt{3}$ より下側にあるような θ の値の範囲である。
よって，図から

$$0\leqq\theta<\frac{\pi}{3},$$

$$\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{4}{3}\pi,$$

$$\frac{3}{2}\pi<\theta<2\pi$$



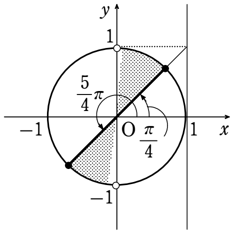
練習２２　☛解説動画は こちら

$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で $\tan\theta = 1$ を満たす θ の値は

$$\theta = \frac{\pi}{4},\ \frac{5}{4}\pi$$

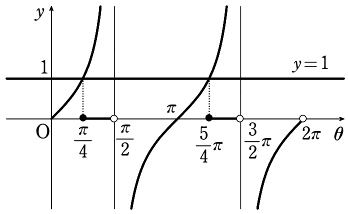
よって，図から，不等式を満たす θ の値の範囲は

$$\frac{\pi}{4} \leqq \theta < \frac{\pi}{2},$$
$$\frac{5}{4}\pi \leqq \theta < \frac{3}{2}\pi$$



別解　求める θ の値の範囲は，関数 $y = \tan\theta$ $(0 \leqq \theta < 2\pi)$ のグラフが，直線 $y = 1$ より上側 (交点を含む) にあるような θ の値の範囲である。

よって，図から　　$\frac{\pi}{4} \leqq \theta < \frac{\pi}{2},\ \frac{5}{4}\pi \leqq \theta < \frac{3}{2}\pi$



練習２３　☛(3)解説動画は こちら(3)

(1)　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき

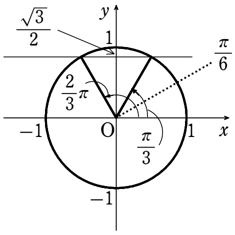
$$\frac{\pi}{6} \leqq \theta + \frac{\pi}{6} < \frac{13}{6}\pi$$

であるから，

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\ \text{より}$$

$$\theta + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3},\ \frac{2}{3}\pi$$

ゆえに　$\theta = \frac{\pi}{6},\ \frac{\pi}{2}$



(2)　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき

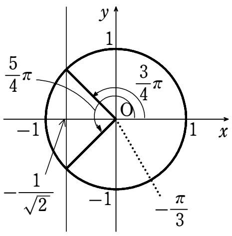
$$-\frac{\pi}{3} \leqq \theta - \frac{\pi}{3} < \frac{5}{3}\pi$$

であるから，

$$\cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}\ \text{より}$$

$$\theta - \frac{\pi}{3} = \frac{3}{4}\pi,\ \frac{5}{4}\pi$$

ゆえに　$\theta = \frac{13}{12}\pi,\ \frac{19}{12}\pi$



(3)　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき

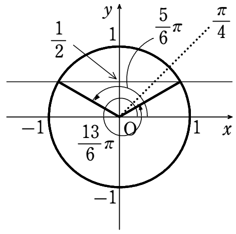
$$\frac{\pi}{4} \leqq \theta + \frac{\pi}{4} < \frac{9}{4}\pi$$

であるから，

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}\ \text{より}$$

$$\theta + \frac{\pi}{4} = \frac{5}{6}\pi,\ \frac{13}{6}\pi$$

ゆえに　$\theta = \frac{7}{12}\pi,\ \frac{23}{12}\pi$



(4)　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき

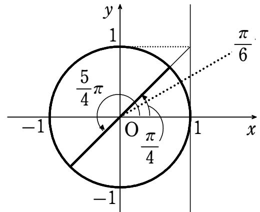
$$\frac{\pi}{6} \leqq \theta + \frac{\pi}{6} < \frac{13}{6}\pi$$

であるから，

$$\tan\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = 1\ \text{より}$$

$$\theta + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4},\ \frac{5}{4}\pi$$

ゆえに　$\theta = \frac{\pi}{12},\ \frac{13}{12}\pi$



問５

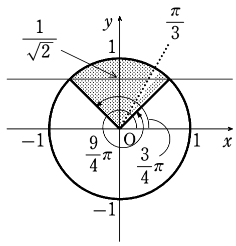
$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき　　$\frac{\pi}{3} \leqq \theta + \frac{\pi}{3} < \frac{7}{3}\pi$

この範囲で，$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす $\theta + \frac{\pi}{3}$ の値は

$$\theta + \frac{\pi}{3} = \frac{3}{4}\pi,\ \frac{9}{4}\pi$$

よって，図から，不等式を満たす $\theta + \frac{\pi}{3}$ の値の範囲は

$$\frac{\pi}{3} \leqq \theta + \frac{\pi}{3} \leqq \frac{3}{4}\pi,$$
$$\frac{9}{4}\pi \leqq \theta + \frac{\pi}{3} < \frac{7}{3}\pi$$



ゆえに　　$0 \leqq \theta \leqq \frac{5}{12}\pi,\ \frac{23}{12}\pi \leqq \theta < 2\pi$

練習２４　☛(1),(3)解説動画は こちら (1)　(3)

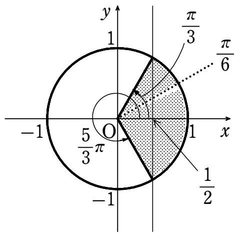
(1)　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき　$\frac{\pi}{6} \leqq \theta + \frac{\pi}{6} < \frac{13}{6}\pi$

この範囲で，$\cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ を満たす $\theta + \frac{\pi}{6}$ の

値は　$\theta + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3},\ \frac{5}{3}\pi$

よって，図から，不等式を満たす $\theta + \frac{\pi}{6}$ の値の範囲は

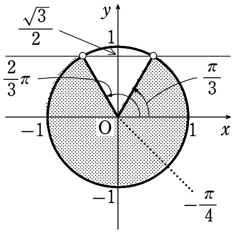
$$\frac{\pi}{6} \leqq \theta + \frac{\pi}{6} \leqq \frac{\pi}{3},$$
$$\frac{5}{3}\pi \leqq \theta + \frac{\pi}{6} < \frac{13}{6}\pi$$



ゆえに　$0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{6}$，$\dfrac{3}{2}\pi \leqq \theta < 2\pi$

(2)　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき　$-\dfrac{\pi}{4} \leqq \theta - \dfrac{\pi}{4} < \dfrac{7}{4}\pi$

この範囲で，$\sin\left(\theta - \dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす $\theta - \dfrac{\pi}{4}$ の値は　$\theta - \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\pi}{3}$，$\dfrac{2}{3}\pi$



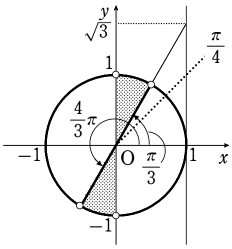
よって，図から，不等式を満たす $\theta - \dfrac{\pi}{4}$ の値の範囲は

$$-\frac{\pi}{4} \leqq \theta - \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{3},$$
$$\frac{2}{3}\pi < \theta - \frac{\pi}{4} < \frac{7}{4}\pi$$

ゆえに　$0 \leqq \theta < \dfrac{7}{12}\pi$，$\dfrac{11}{12}\pi < \theta < 2\pi$

(3)　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき　$\dfrac{\pi}{4} \leqq \theta + \dfrac{\pi}{4} < \dfrac{9}{4}\pi$

この範囲で，$\tan\left(\theta + \dfrac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$ を満たす $\theta + \dfrac{\pi}{4}$ の値は　$\theta + \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\pi}{3}$，$\dfrac{4}{3}\pi$



よって，図から，不等式を満たす $\theta + \dfrac{\pi}{4}$ の値の範囲は

$$\frac{\pi}{3} < \theta + \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{2},$$
$$\frac{4}{3}\pi < \theta + \frac{\pi}{4} < \frac{3}{2}\pi$$

ゆえに　$\dfrac{\pi}{12} < \theta < \dfrac{\pi}{4}$，$\dfrac{13}{12}\pi < \theta < \dfrac{5}{4}\pi$

練習２５　　✒解説動画は こちら

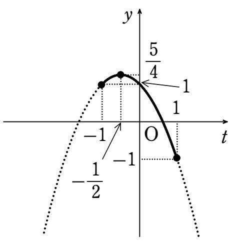
$\sin^2\theta - \cos\theta = (1 - \cos^2\theta) - \cos\theta$
$\qquad = -\cos^2\theta - \cos\theta + 1$

$\cos\theta = t$ とおくと，$0 \leqq \theta < 2\pi$ であるから

$\qquad -1 \leqq t \leqq 1$　……①

y を t で表すと

$$y = -t^2 - t + 1$$
$$= -\left(t + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$$



① の範囲において，y は

$t = -\dfrac{1}{2}$ で最大値 $\dfrac{5}{4}$ をとり，

$t = 1$ で最小値 -1 をとる。

また，$0 \leqq \theta < 2\pi$ であるから

$\qquad t = -\dfrac{1}{2}$ ならば　$\theta = \dfrac{2}{3}\pi$，$\dfrac{4}{3}\pi$

$\qquad t = 1$ ならば　$\theta = 0$

よって，この関数は

$\theta = \dfrac{2}{3}\pi$，$\dfrac{4}{3}\pi$ で最大値 $\dfrac{5}{4}$ をとり，

$\theta = 0$ で最小値 -1 をとる。