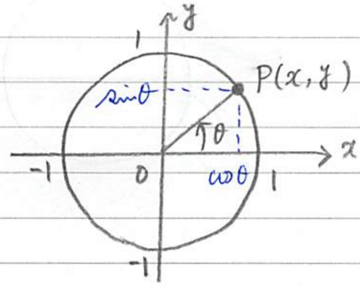
4、三角関数のグラフ

＜$y=\sin\theta$，$y=\cos\theta$ のグラフ＞



単位円と角θの動径の交点を P(x, y) とする。

↓

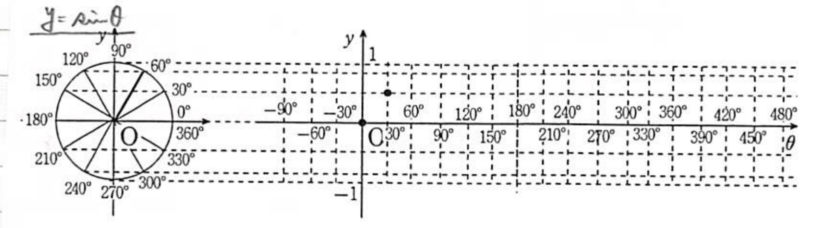
$\boxed{y=\sin\theta}$ は、点Pの y座標の動き

$y=\cos\theta$ は、点Pの x座標の動き

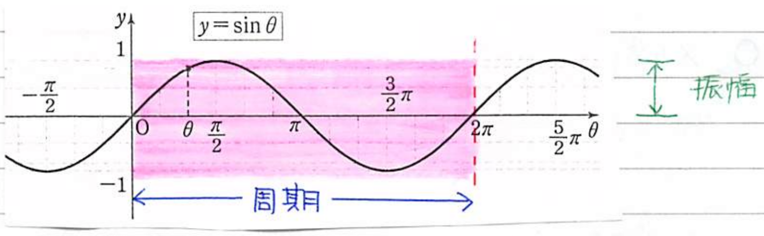
単位円は 原点中心，半径1の円です

☆では、実際にかいてみましょう。　※表記が度数法ですが、気にしないで下さい。

$y=\sin\theta$



↓ このような感じになりますね!!



☆サインカーブは物理の波の授業でも出てきます。

check!!

$2\pi \leqq \theta \leqq 4\pi$ のグラフは $0 \leqq \theta \leqq 2\pi$ の部分と同じ形になる!!

← $\sin(\theta+2n\pi)=\sin\theta$ だからね〜♡

周期関数

↓

周期：2π

関数 $f(x)$ で定数 $p\ (\neq 0)$ について

$f(x+p)=f(x)$

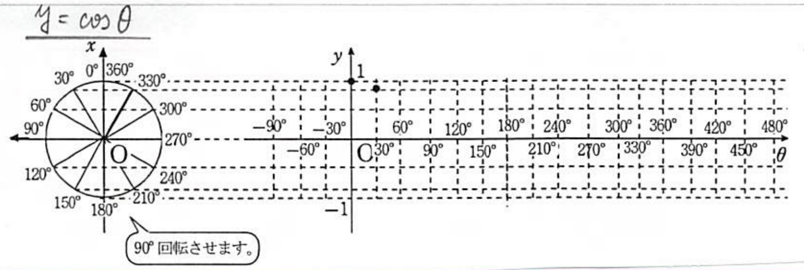
がどんな x についても成り立つとき、

$f(x)$ は p を周期とする周期関数

…一般論はこうですが、要は同じ形がくり返すものを周期関数

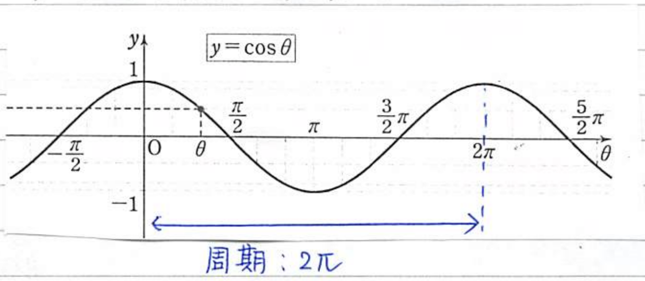
そのくり返しの幅が周期とイメージしておいて下さい。

$y=\cos\theta$



No. Date

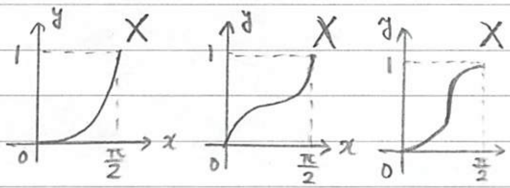
↓ このような感じになりますね!!

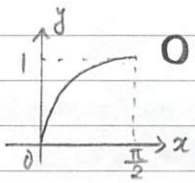


ちょっとしたお話（大事だよ）

$y=\sin\theta$ や $y=\cos\theta$ のカタチ

$0\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{2}$ のとき





OとXの違いは数Ⅲで学習します。

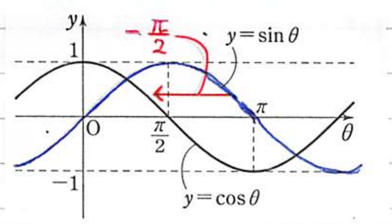
今は、なめらかに曲線をかくことを意識しておこう！

◎ $y=\sin\theta$ と $y=\cos\theta$ は、互いに θ 軸方向に平行移動したもの!!

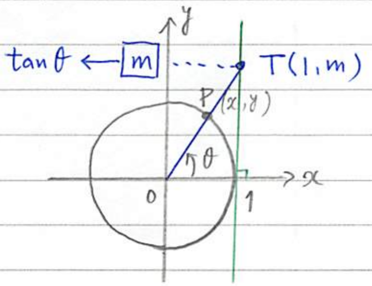
$$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)=\cos\theta$$

↓

$y=\cos\theta$ のグラフは $y=\sin\theta$ のグラフを、θ 軸方向に $-\frac{\pi}{2}$ だけ平行移動したもの



<$y=\tan\theta$ のグラフ>



$\tan\theta = \boxed{\dfrac{y}{x}} \Rightarrow \dfrac{m}{1} (=m)$

つまり、点Tのy座標の動き

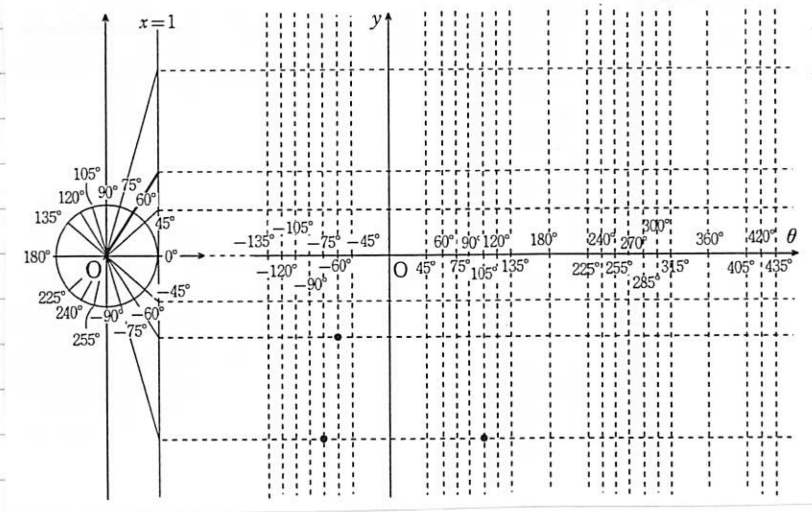
$\tan\frac{\pi}{2}$ や $\tan(-\frac{\pi}{2})$ は定義されない。

$\theta = \frac{\pi}{2} + n\pi$ では定義されない

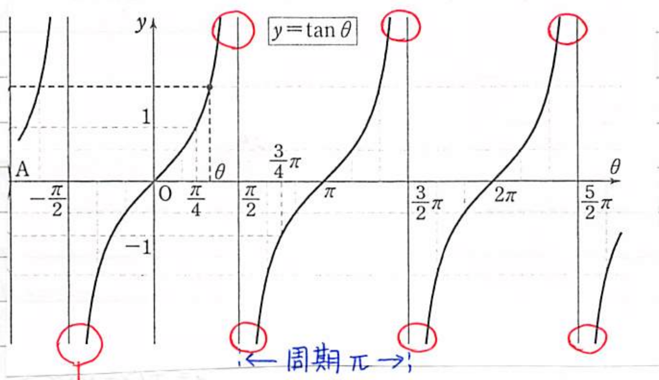
相似

$\dfrac{(P\text{のy座標})}{(P\text{のx座標})} \rightarrow \dfrac{(T\text{のy座標})}{(T\text{のx座標})}$ $= \dfrac{m}{1}$

$y=\tan\theta$



↓ このような感じになりますね！



グラフをかくときは漸近線もかきましょう

この部分はくっついてはいない

θ が $-\frac{\pi}{2}$ に近づくにつれて、直線 $\theta = -\frac{\pi}{2}$ に限りなく近づく

漸近線

$y=\tan\theta$ の漸近線は

直線 $\theta = \frac{\pi}{2} + n\pi$ （n：整数）

漸近線

限りなく近づくが交わることがない直線

例 反比例 $y=\frac{1}{x}$ の

x軸($y=0$)やy軸($x=0$)

No. Date

＜奇関数・偶関数＞

関数 $y=f(x)$ において、つねに
$f(-x)=-f(x)$ → 奇関数 → 原点対称
$f(-x)=f(x)$ → 偶関数 → y軸対称

グラフは

① $\sin(-\theta)=-\sin\theta$，$\tan(-\theta)=-\tan\theta$ より
$y=\sin\theta$，$y=\tan\theta$ は奇関数

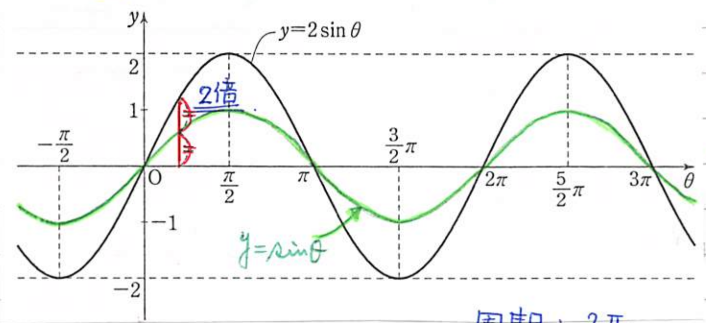
② $\cos(-\theta)=\cos\theta$ より
$y=\cos\theta$ は偶関数

＊奇関数・偶関数は積分の計算でまた登場します。

＜いろいろなグラフ＞

$y=\sin\theta$ を例にしますが $y=\cos\theta$，$y=\tan\theta$ でも同様です

1 $y=k\sin\theta$（振幅が k 倍されるもの）
例 $y=\boxed{2}\sin\theta$

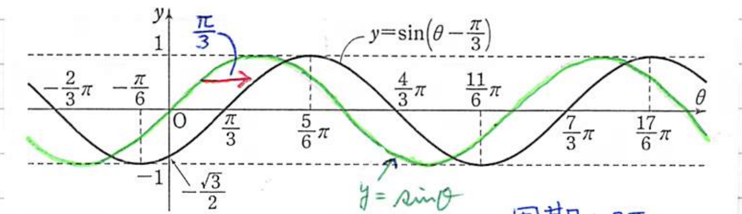


幅2倍

周期：2π

⇨ Ex. 15

2 $y=\sin(\theta-k)$（θ軸方向に k だけ平行移動されるもの）
例 $y=\sin\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)$



周期：2π

（横に $\frac{\pi}{3}$ ズレる）

⇨ Ex. 16

関数の平行移動
$y=f(x)$ を x軸方向に p，y軸方向に q だけ平行移動すると
$y=f(x-p)+q$

平行移動は"形は同じ"が原則なので，周期は $y=\sin\theta$ と同じです。

3 $y=\sin k\theta$（周期が$\frac{1}{k}$倍になるもの）

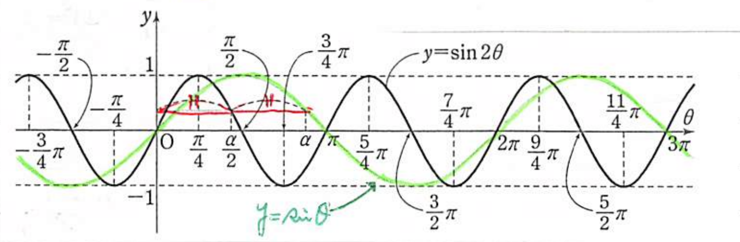
一般に、

$\theta=\frac{\alpha}{k}$ のときの $\sin k\theta$の値	一致 ⟷	$\theta=\alpha$のときの $\sin\theta$の値

これより、$y=\sin k\theta$のグラフは、$y=\sin\theta$のグラフを
y軸をもとにしてθ軸方向に$\frac{1}{k}$倍したもの。

と言ってわかればいいけれど、わかりにくいので、具体的な問題から
イメージをつくっていきましょう!!

例. $y=\sin\boxed{2}\theta$



（横幅が$\frac{1}{2}$倍）

周期：π

周期について

$y=\sin k\theta$, $y=\cos k\theta$

$|k|\theta=2\pi$ より $\theta=\frac{2\pi}{|k|}$　周期：$\frac{2\pi}{|k|}$

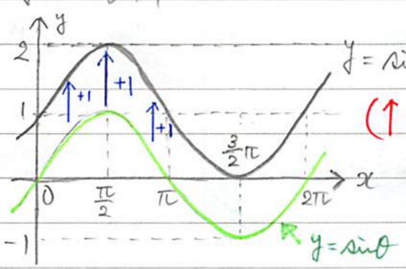
$y=\tan k\theta$

$|k|\theta=\pi$ より $\theta=\frac{\pi}{|k|}$　周期：$\frac{\pi}{|k|}$

⇨ Ex.17

4 $y=\sin\theta+k$.（y軸方向にkだけ平行移動されるもの）

例 $y=\sin\theta+1$



（↑上下に動く）

周期：2π

例題 4　関数 $y=\sin\left(2\theta-\frac{\pi}{3}\right)$ のグラフをかけ。また，その周期をいえ。

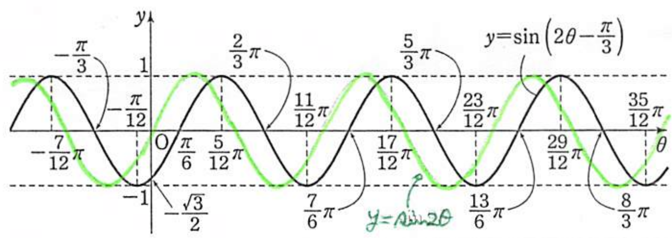
2でくくる

解　$$\sin\left(\boxed{2}\theta-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\boxed{2}\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)$$

基準となるグラフ

であるから，$y=\sin\left(2\theta-\frac{\pi}{3}\right)$ のグラフは，$\boxed{y=\sin 2\theta}$ のグラフを，θ 軸方向に $\frac{\pi}{6}$ だけ平行移動したもので，下の図のようになる。

また，この関数は π を周期とする周期関数である。



コツ　① スタートを決める

ナンセンスな表現はご容赦

平行移動する前のグラフで

・$\sin\theta$, $\cos\theta$ は y軸上の点

これが平行移動でどこに移るかをみる

（例題4）　$\theta-\frac{\pi}{6}=0$ より $\theta=\frac{\pi}{6}$

ここからかき始める

・$\tan\theta$ は y軸に一番近い漸近線

漸近線のちょっと横からグラフは始まる

y軸上の点の移動した点から左右に考えてもよい。

② 周期を調べる

三角関数はバネのようなもの．同じ形がくり返しています．

そのくり返しの1個分にあたる周期をみつけられたら，ほぼ完成。

特に指定がない場合

③ どれくらいのわくでグラフをかけばよいか

周期　前後プラスアルファでしょう（1〜2コ分）

y軸をはさんで一区切りから二区切り程度でかまいません

⇨ Ex.18

注　平行移動した量は $\frac{\pi}{3}$ ではないのでしょうか？　No!!

↓

$\frac{\pi}{6}$ です

$$\boxed{y=f(x-p)+q}$$

平行移動の原形

必ず θ の前の値でくくりましょう

$y=\boxed{2}x^2-4x+3$

$=2(x^2-2x)+3$

$y=\boxed{2}(x-\underline{1})^2+1$

これは

$y=2x^2$ のグラフを

x軸方向に $\underline{1}$，y軸方向に1だけ平行移動したもの

これの $\boxed{2}$ と $\underline{1}$ の関係と同じです！