第1章　数と式

第1節｜式の計算

第2節｜実数

第3節｜1次不等式

history


ヴィエート

未知数を文字で表すことは古代エジプトの人々が既に考えていたという。しかし，その頃の数学はすべて式でなく「ことば」で書かれていた。現代の私たちが用いる式や記号は，16 世紀から 17 世紀にかけて，フランスの数学者ヴィエート(1540-1603)やデカルト(1596-1650)たちによって整備されたものである。例えば，ヴィエートは初めて未知数だけでなく多項式の係数など未知でない数も文字を用いて表したが，これにより数学は飛躍的な進歩を遂げることになった。ほぼ同じ頃，江戸時代の初期，鎖国中の日本に生まれた関孝和（せきたかかず）(1642？-1708)は，中国から伝わった数学書を学び，文字を係数とする方程式の解法を考えるなど大きく発展させて，日本独自の数学「和算」の基礎をつくった。

Link 専用 HP から関連情報にアクセスすることができる目印です。

Link イメージ　この章で学ぶこと

1 多項式　2 多項式の加法と減法および乗法
3 因数分解

4 実数　5 根号を含む式の計算

6 1次不等式　7 1次不等式の利用

この章で習得できることを目標としてまとめた。
見通しをもって学習に取り組もう。

目標

Link チェック

第1節　式の計算
1 文字を含む式について，整理して取り扱うことができる。
2 公式を利用して，効率よく式の計算をすることができる。
3 式の形の特徴に着目することで，複雑にみえる式も因数分解することができる。

第2節　実数
4 有理数，無理数など，これまで学んできた数が「実数」としてまとめられることを知り，実数の性質について理解できる。
5 無理数のうち，根号を含む式について四則計算ができる。

第3節　1次不等式
6 不等式の性質を理解し，1次不等式を解くことができる。
7 1次不等式を身近な問題の解決に活用できる。また，絶対値を含む方程式・不等式を解くことができる。

第1節｜式の計算

1 多項式

文字を含む式を扱うことは，数学の基礎の1つである。単項式と多項式 A に関する用語を理解し，式を整理する B 方法を身につけよう。

A 単項式と多項式

2，x，$3a^2$，$(-5)x^2y$ のように，数や文字およびそれらを掛け合わせてできる式を **単項式** という。単項式において，数の部分をその単項式の **係数** といい，掛け合わせた文字の個数をその単項式の **次数** という。

2，-5 など，数だけの単項式の次数は 0 とする。ただし，数 0 の次数は考えない。

普通，$1x$ は x と書き，$(-5)x^2y$ は $-5x^2y$ と書く。

例 1　単項式 $3a^2$ の係数は 3，次数は 2 である。
単項式 $-5x^2y$ の係数は -5，次数は 3 である。　終

練習 1　次の単項式の係数と次数をいえ。
(1) $4a^5$　(2) $-2xy$　(3) $-x^3y^2z$

2種類以上の文字を含む単項式において，特定の文字に着目して係数や次数を考えることがある。この場合，他の文字は数と同様に扱う。

例 2　単項式 $3abx^2y$ の係数と次数
(1) x に着目すると，係数は $3aby$，次数は 2
(2) y に着目すると，係数は $3abx^2$，次数は 1
(3) x と y に着目すると，係数は $3ab$，次数は 3　終

練習 2　次の単項式で，[ ] 内の文字に着目したときの，係数と次数をいえ。
(1) $-5ax^3y^2$　[x]，[y]，[a]　(2) $2abxy^3$　[x と y]

$x^2+3xy+(-2y^2)$ のようにいくつかの単項式の和として表される式を **多項式** といい，各単項式をこの多項式の **項** という。

普通，$x^2+3xy+(-2y^2)$ は $x^2+3xy-2y^2$ と書く。

単項式は項が1つの多項式と考える。多項式のことを **整式** ともいう。

B 式を整理する

$5x^2+4x-2x^2-3$ における $5x^2$ と $-2x^2$ のように，多項式の項の中で，文字の部分が同じである項を **同類項** という。多項式は，同類項を1つにまとめて整理することができる。

例 3
(1) $8x^2+3x-6-x^2+5x+3=(8-1)x^2+(3+5)x+(-6+3)$
$=7x^2+8x-3$

(2) $3x^2-x^2y^2-2y^2+4x^2y^2-3y^2-x^2$
$=(3-1)x^2+(-1+4)x^2y^2+(-2-3)y^2$
$=2x^2+3x^2y^2-5y^2$　終

同類項をまとめて整理した多項式において，最も次数の高い項の次数を，この多項式の **次数** といい，次数が n の多項式を **n 次式** という。

例3において，(1) は2次式，(2) は4次式である。

練習 3　次の多項式の同類項をまとめよ。また，この多項式は何次式であるか。
(1) $4x^2-2x-5-3x^2+8x-3$
(2) $3a^2-ab+6b^2-5a^2+9ab-4b^2$
(3) $-2x^4+x^3-8x^2+7x-1+2x^4-3x^3+x+5$

深める　次の中から多項式でないものを選ぼう。
① $2x+1$　② $\dfrac{1}{x}$　③ $\dfrac{1}{2}x^2-3x$　④ x^2

2種類以上の文字を含む多項式においても，特定の文字に着目して，他の文字は数と同様に扱うことがある。

多項式において，着目した文字を含まない項を **定数項** という。

例 4

(1) 多項式 ax^2+bx+c

x に着目すると，2次式であり，定数項は c である。

(2) 多項式 x^2y^3+ax+b

y に着目すると，3次式であり，定数項は $ax+b$ である。

x と y に着目すると，5次式であり，定数項は b である。 終

練習 4 次の多項式は，[ ]内の文字に着目すると，それぞれ何次式であるか。また，そのときの定数項をいえ。

(1) ax^2+x-3 [x]，[a]　(2) $x^2-(a+b)x+ab$ [x]

(3) $5x^3+2x^2y-y^2+1$ [x]，[y]，[x と y]

多項式 $3x+x^3-5-x^2$ を

項の次数が低くなる順に整理すると　x^3-x^2+3x-5

項の次数が高くなる順に整理すると　$-5+3x-x^2+x^3$

となる。一般に，多項式を，ある文字に着目して項の次数が低くなる順に整理することを **降べきの順** に整理するといい，項の次数が高くなる順に整理することを **昇べきの順** に整理するという。

例 5

多項式 $x^2+2xy+y^2-3x-5y-4$ の整理

(1) x について降べきの順に整理すると

$$x^2+(2y-3)x+(y^2-5y-4)$$

(2) y について降べきの順に整理すると

$$y^2+(2x-5)y+(x^2-3x-4)$$

終

練習 5 次の多項式を，x について降べきの順に整理せよ。

(1) $2x^2-1+5x+x^4-3x^3$　(2) $2x^2+xy+3y^2-7x-2y+5$

2 多項式の加法と減法および乗法

多項式の加法・減法 A，多項式の乗法 B は，数の場合と同様に，

交換法則　$A+B=B+A$，$AB=BA$

結合法則　$(A+B)+C=A+(B+C)$，$(AB)C=A(BC)$

分配法則　$A(B+C)=AB+AC$，$(A+B)C=AC+BC$

を基礎として行われ，これらからさまざまな展開の公式 C が得られる。更に，式の計算の工夫 D を加えることで，複雑な式の積も見通しよく計算できる。

A 多項式の加法・減法

多項式の和と差は，同類項をまとめることによって，それぞれ次のように計算できる。

例 6

(1) $(5x^3-2x^2+3x-6)+(4x^3+2x^2-6)$

$=(5+4)x^3+(-2+2)x^2+3x+(-6-6)$

$=9x^3+3x-12$

(2) $(5x^3-2x^2+3x-6)-(4x^3+2x^2-6)$

$=5x^3-2x^2+3x-6-4x^3-2x^2+6$

$=(5-4)x^3+(-2-2)x^2+3x+(-6+6)$

$=x^3-4x^2+3x$

終

例6は，次のように計算することもできる。

(1)
$$\begin{array}{rrrrr} & 5x^3 & -2x^2 & +3x & -6 \\ +) & 4x^3 & +2x^2 & & -6 \\ \hline & 9x^3 & & +3x & -12 \end{array}$$

(2)
$$\begin{array}{rrrrr} & 5x^3 & -2x^2 & +3x & -6 \\ -) & 4x^3 & +2x^2 & & -6 \\ \hline & x^3 & -4x^2 & +3x & \end{array}$$

←同類項の位置を上下でそろえている。

練習 6 次の多項式 A，B について，$A+B$ と $A-B$ を計算せよ。

(1) $A=4x^3-3x^2-5x+2$，$B=-3x^3+x^2-2x-7$

(2) $A=2x^3-1-x^2$，$B=-x^2+2x-4x^3+1$

(3) $A=5x^2+2xy-y^2$，$B=-3x^2+4xy-2y^2$

例題 1　$A=x^3-4x^2y+y^3$，$B=-2x^2y+3xy^2+3y^3$，$C=xy^2+y^3$ であるとき，$A-2(B-C)+4C$ を計算せよ。

解

$$\begin{aligned}&A-2(B-C)+4C\\&=A-2B+6C\\&=(x^3-4x^2y+y^3)-2(-2x^2y+3xy^2+3y^3)+6(xy^2+y^3)\\&=x^3-4x^2y+y^3+4x^2y-6xy^2-6y^3+6xy^2+6y^3\\&=x^3+y^3\end{aligned}$$

練習 7　$A=2x^2+3xy-y^2$，$B=-3x^2-xy+2y^2$，$C=-x^2+xy+3y^2$ であるとき，$2(A-B)-(4A+B-C)$ を計算せよ。

B　多項式の乗法

文字 a をいくつか掛けたものを a の **累乗** という。

a を n 個掛けた累乗を a の **n 乗** といい，$\boldsymbol{a^n}$ と書く。また，a^n における n を，a^n の **指数** という。

$$a^1=a,\quad a^2=a\times a,\quad \cdots\cdots,\quad a^n=\underbrace{a\times a\times\cdots\cdots\times a}_{n\text{ 個}}$$

累乗についての積は，次のように計算される。

$$a^2a^3=aa\times aaa=a^{2+3}=a^5$$
$$(a^2)^3=aa\times aa\times aa=a^{2\times3}=a^6$$
$$(ab)^3=ab\times ab\times ab=aaa\times bbb=a^3b^3$$

一般に，次の指数法則が成り立つ。

指数法則

m，n は正の整数とする。

1　$\boldsymbol{a^ma^n=a^{m+n}}$　　2　$\boldsymbol{(a^m)^n=a^{mn}}$　　3　$\boldsymbol{(ab)^n=a^nb^n}$

単項式の積は，指数法則を用いて，次のように計算する。

例 7

(1)　$2a^3\times5a^4=(2\times5)a^{3+4}=10a^7$

(2)　$3x^2y^3z\times5xy^4z^4=(3\times5)x^{2+1}y^{3+4}z^{1+4}=15x^3y^7z^5$

(3)　$$\begin{aligned}(3x^3y)^2\times(-2x^3y)&=3^2(x^3)^2y^2\times(-2)x^3y\\&=9x^6y^2\times(-2)x^3y\\&=\{9\times(-2)\}x^{6+3}y^{2+1}\\&=-18x^9y^3\end{aligned}$$

終

練習 8　次の計算をせよ。

(1)　$2x^4\times7x^2$　　(2)　$4a^5bc^2\times(-3a^4b^3c^2)$　　(3)　$(-2x^2y)^3\times(3xy^3)^2$

多項式の積は，分配法則を用いて，次のように計算する。

例 8

(1)　$$\begin{aligned}2x(x^2-3x+2)&=2x\cdot x^2+2x\cdot(-3x)+2x\cdot2\\&=2x^3-6x^2+4x\end{aligned}$$

(2)　$$\begin{aligned}(2x^2-3xy-y^2)xy&=2x^2\cdot xy-3xy\cdot xy-y^2\cdot xy\\&=2x^3y-3x^2y^2-xy^3\end{aligned}$$

終

【注意】 例 8 で用いた・は，積を表す記号であり，× と同じ意味である。

例 9

(1)　$(2x^2-x-3)(x+2)$

$$\begin{aligned}&=(2x^2-x-3)x+(2x^2-x-3)\cdot2\\&=2x^3-x^2-3x+4x^2-2x-6\\&=2x^3+3x^2-5x-6\end{aligned}$$

$$\begin{array}{rrrrr} & & 2x^2 & -x & -3\\ \times) & & & x & +2\\ \hline & 2x^3 & -x^2 & -3x & \\ & & 4x^2 & -2x & -6\\ \hline & 2x^3 & +3x^2 & -5x & -6\end{array}$$

(2)　$(x^3+2-3x)(x-1)$

$$\begin{aligned}&=(x^3-3x+2)(x-1)\\&=(x^3-3x+2)x\\&\qquad+(x^3-3x+2)\cdot(-1)\\&=x^4-3x^2+2x-x^3+3x-2\\&=x^4-x^3-3x^2+5x-2\end{aligned}$$

$$\begin{array}{rrrrrr} & & x^3 & & -3x & +2\\ \times) & & & & x & -1\\ \hline & x^4 & & -3x^2 & +2x & \\ & & -x^3 & & +3x & -2\\ \hline & x^4 & -x^3 & -3x^2 & +5x & -2\end{array}$$

終

【注意】 例 9 のように，同類項はまとめておく。

いくつかの多項式の積の形をした式において，積を計算して単項式の和の形に表すことを，その式を **展開** するという。

練習 9 次の式を展開せよ。

(1) $3x^2(3x^2-5x+2)$　(2) $(x^2-2xy-3y^2)(-xy^2)$

(3) $(x^3+3x^2-4)(x-2)$　(4) $(x^3-3+4x^2)(2+x^2)$

(5) $(x+y)(x^2-xy+2y^2)$　(6) $(2x-3y+1)(x+y-2)$

C 展開の公式

交換法則，結合法則，分配法則からいろいろな展開の公式が得られ，それらは，式を展開するときによく利用される。

次の展開の公式 **1** ～ **3** は，既に中学校で学んだものである。

展開の公式

1 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，　$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

2 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

3 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

例 10

(1) $(3x-2y)^2=(3x)^2-2\cdot3x\cdot2y+(2y)^2$
$=9x^2-12xy+4y^2$

(2) $(5x+4y)(5x-4y)=(5x)^2-(4y)^2$
$=25x^2-16y^2$

(3) $(x+2)(x-3)=x^2+\{2+(-3)\}x+2\cdot(-3)$
$=x^2-x-6$ 終

練習 10 次の式を展開せよ。

(1) $(2x+3)^2$　(2) $(2x-5y)^2$　(3) $(4x+3)(4x-3)$

(4) $(x+2)(x+8)$　(5) $(x-4)(x-3)$　(6) $(x-3y)(x+5y)$

展開の公式

4 $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

問1 展開の公式 **4** が成り立つことを，$(ax+b)(cx+d)$ を展開して確かめよ。

例 11

(1) $(2x+5)(3x+4)=2\cdot3x^2+(2\cdot4+5\cdot3)x+5\cdot4$
$=6x^2+23x+20$

(2) $(3x-y)(4x+7y)=3\cdot4x^2+\{3\cdot7+(-1)\cdot4\}xy+(-1)\cdot7y^2$
$=12x^2+17xy-7y^2$ 終

練習 11 次の式を展開せよ。

(1) $(2x+3)(6x+5)$　(2) $(5x+2)(3x-8)$

(3) $(2x-y)(x+3y)$　(4) $(3x-a)(4x-5a)$

D 式の計算の工夫

式の展開では，分配法則を使って計算することが基本である。

例 12 $(a+b+c)^2$ の展開

$$(a+b+c)^2=(a+b+c)(a+b+c)$$
$$=(a+b+c)a+(a+b+c)b+(a+b+c)c$$
$$=a^2+ba+ca+ab+b^2+cb+ac+bc+c^2$$

よって　$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$ 終

展開する式の形に応じて，適当な工夫をした上で展開の公式を利用すると，見通しよく計算できる場合がある。

深める $(a+b+c+d)(x+y+z)(p+q)$ を展開すると，いくつの項ができるだろうか。

$(a+b+c)^2$ の展開では，$a+b$ を1つのものとみて，展開の公式を利用して計算することもできる。

例題 2　$(a+b+c)^2$ を展開せよ。

解

$$\begin{aligned}(a+b+c)^2&=\{(a+b)+c\}^2\\&=(a+b)^2+2(a+b)c+c^2\\&=a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2\\&=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca\end{aligned}$$

←$a+b=A$ とおくと $(A+c)^2$ の展開になる。

練習 12　次の式を展開せよ。

(1) $(a+b-c)^2$　　(2) $(x-2y+z)^2$

積の順序をかえる，共通に現れる式を1つにまとめるなどすると，展開の公式が利用できる場合がある。

例題 3　次の式を展開せよ。

(1) $(x+1)^2(x-1)^2$　　(2) $(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$

解

(1) $$\begin{aligned}(x+1)^2(x-1)^2&=\{(x+1)(x-1)\}^2\\&=(x^2-1)^2\\&=x^4-2x^2+1\end{aligned}$$

(2) $$\begin{aligned}&(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)\\&=\{(a^2+b^2)+ab\}\{(a^2+b^2)-ab\}\\&=(a^2+b^2)^2-(ab)^2=a^4+2a^2b^2+b^4-a^2b^2\\&=a^4+a^2b^2+b^4\end{aligned}$$

練習 13　次の式を展開せよ。

(1) $(a+b)^2(a-b)^2$　　(2) $(x^2+1)(x+1)(x-1)$

(3) $(x^2+2x+3)(x^2-2x+3)$　　(4) $(x-y+z)(x+y-z)$

3 因数分解

$x^2-x-6=(x+2)(x-3)$ のように，1つの多項式を，1次以上の多項式の積の形に表すことを，もとの式を **因数分解** するという。このとき，積を作っている各式を，もとの式の **因数** という。

式を因数分解するとき，共通な因数をくくり出す A こと，因数分解の公式 B を利用することが基本である。更に，式の特徴に着目した工夫 C を加えることで，複雑な式も因数分解することができる。

A 共通な因数をくくり出す

式を因数分解するとき，まず，各項に共通な因数があれば

$$AB+AC=A(B+C)$$

によって，その共通因数を括弧の外にくくり出す。

例 13

(1) $9x^2y^2-6xy^3=3xy^2\cdot3x-3xy^2\cdot2y=3xy^2(3x-2y)$

(2) $(a-b)x+(b-a)y=(a-b)x-(a-b)y=(a-b)(x-y)$ 終

練習 14　次の式を因数分解せよ。

(1) $2x^2y-6xy^2+10xyz$　　(2) $4xy^2z-x^2yz^2+2xyz$

(3) $a(x-y)-bx+by$　　(4) $y(5x-3)+2(3-5x)$

B 因数分解の公式

展開の公式を逆にみると，因数分解の公式が得られる。

次の因数分解の公式 1 ～ 3 は，既に中学校で学んだものである。

因数分解の公式

1 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$，$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

2 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

3 $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

例 14

(1) $x^2+10x+25=x^2+2\cdot x\cdot 5+5^2=(x+5)^2$

(2) $4a^2-12ab+9b^2=(2a)^2-2\cdot 2a\cdot 3b+(3b)^2=(2a-3b)^2$

(3) $9x^2-4y^2=(3x)^2-(2y)^2=(3x+2y)(3x-2y)$

(4) $x^2+8x+15=x^2+(3+5)x+3\cdot 5=(x+3)(x+5)$

(5) $x^2+3xy-18y^2=x^2+(-3y+6y)x+(-3y)\cdot 6y$

$=(x-3y)(x+6y)$ 終

練習 15 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2-8x+16$　(2) $4x^2+28xy+49y^2$

(3) $9a^2-48ab+64b^2$　(4) $16x^2-25y^2$

(5) x^2+6x+8　(6) $x^2-5xy+6y^2$

(7) $x^2+xy-12y^2$　(8) $x^2-2ax-15a^2$

因数分解の公式

4　$\boldsymbol{acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)}$

Link イメージ **例 15**

$3x^2+7x+2$ の因数分解

公式 $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$ において，

$ac=3$，$ad+bc=7$，$bd=2$

となる a，b，c，d を見つける。

$$\begin{array}{ccccc} a & \times & b & \longrightarrow & bc \\ c & & d & \longrightarrow & ad \\ \hline ac & & bd & & ad+bc \end{array}$$

$a=1$，$c=3$ とすると，$bd=2$ となるのは次の場合である。

$\begin{cases} b=1 \\ d=2 \end{cases}$　$\begin{cases} b=2 \\ d=1 \end{cases}$　$\begin{cases} b=-1 \\ d=-2 \end{cases}$　$\begin{cases} b=-2 \\ d=-1 \end{cases}$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & 2 & \longrightarrow & 6 \\ 3 & & 1 & \longrightarrow & 1 \\ \hline 3 & & 2 & & 7 \end{array}$$

これらの中で，$ad+bc=7$ となるのは，$b=2$，$d=1$ のときだけである。

よって　$3x^2+7x+2=(x+2)(3x+1)$ 終

【補足】 例 15 のような計算方法を **たすき掛け** という。

例題 4 次の式を因数分解せよ。

(1) $4x^2+8x-21$　(2) $4x^2-9xy+2y^2$

解 (1) $4x^2+8x-21$

$=(2x-3)(2x+7)$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \times & -3 & \longrightarrow & -6 \\ 2 & & 7 & \longrightarrow & 14 \\ \hline 4 & & -21 & & 8 \end{array}$$

(2) $4x^2-9xy+2y^2$

$=(x-2y)(4x-y)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & -2y & \longrightarrow & -8y \\ 4 & & -y & \longrightarrow & -y \\ \hline 4 & & 2y^2 & & -9y \end{array}$$

練習 16 次の式を因数分解せよ。

(1) $2x^2+3x+1$　(2) $4x^2-15x+9$　(3) $6x^2-5x-6$

(4) $3x^2-2xy-y^2$　(5) $3a^2-14ab+8b^2$　(6) $4x^2+7ax-2a^2$

C 式の特徴に着目した工夫

式を因数分解するとき，式の形の特徴に着目して変形を行うと，因数分解の公式が利用できる場合がある。

例題 5 次の式を因数分解せよ。

$$x^2-y^2-2y-1$$

解 $x^2-y^2-2y-1=x^2-(y^2+2y+1)$

$=x^2-(y+1)^2$　←$y+1=A$ とおくと

$=\{x+(y+1)\}\{x-(y+1)\}$　x^2-A^2 $=(x+A)(x-A)$

$=(x+y+1)(x-y-1)$

例題 5 のように，与えられた式を変形して平方の差 X^2-Y^2 の形を作ると，因数分解の公式 **2** が利用できる。

練習 17 次の式を因数分解せよ。

(1) x^2-y^2+6y-9　(2) $x^2-4x+4-9y^2$

例題 6 次の式を因数分解せよ。

$$x^4-8x^2-9$$

解

$$\begin{aligned} &x^4-8x^2-9\\ &=(x^2)^2-8x^2-9\\ &=(x^2+1)(x^2-9)\\ &=(x^2+1)(x+3)(x-3) \end{aligned}$$

←$x^2=A$ とおくと
$A^2-8A-9=(A+1)(A-9)$

練習 18 次の式を因数分解せよ。

(1) x^4-5x^2+4　　(2) x^4-81

(3) $(x^2+3x)^2-2(x^2+3x)-8$

2種類以上の文字を含む式は，次数の最も低い文字に着目して降べきの順に整理すると，見通しよく因数分解できる場合がある。

応用例題 1 次の式を因数分解せよ。

$$x^3+x^2y-x^2-y$$

解説 この式は，x については3次式，y については1次式であるから，次数の低い方の y について，降べきの順に整理する。

解

$$\begin{aligned} x^3+x^2y-x^2-y&=(x^2-1)y+(x^3-x^2)\\ &=(x+1)(x-1)y+x^2(x-1)\\ &=(x-1)\{(x+1)y+x^2\}\\ &=(x-1)(x^2+xy+y) \end{aligned}$$

練習 19 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2-yz+zx-y^2$　　(2) $9b-9-3ab+a^2$

(3) $2x^2+6xy+x-3y-1$

応用例題 2 次の式を因数分解せよ。

$$2x^2+7xy+6y^2+5x+7y-3$$

解説 この式は，x についても，y についても2次式である。ここでは，x について降べきの順に整理する。

解

$$\begin{aligned} &2x^2+7xy+6y^2+5x+7y-3\\ &=2x^2+(7y+5)x+(6y^2+7y-3)\\ &=2x^2+(7y+5)x+(2y+3)(3y-1)\\ &=\{x+(2y+3)\}\{2x+(3y-1)\}\\ &=(x+2y+3)(2x+3y-1) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccccl} 1 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & 2y+3 & \longrightarrow & 4y+6\\ 2 & & 3y-1 & \longrightarrow & 3y-1\\ \hline & & & & 7y+5 \end{array}$$

練習 20 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2+3xy+2y^2+2x+5y-3$　　(2) $3x^2-xy-2y^2+6x-y+3$

応用例題 3 次の式を因数分解せよ。

$$a(b^2-c^2)+b(c^2-a^2)+c(a^2-b^2)$$

解説 この式は，a，b，c のどの文字についても2次式である。そこで，例えば，a について降べきの順に整理する。

解

$$\begin{aligned} &a(b^2-c^2)+b(c^2-a^2)+c(a^2-b^2)\\ &=(-b+c)a^2+(b^2-c^2)a+(bc^2-b^2c)\\ &=-(b-c)a^2+(b+c)(b-c)a-bc(b-c)\\ &=-(b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\}\\ &=-(b-c)(a-b)(a-c)\\ &=(a-b)(b-c)(c-a) \end{aligned}$$

練習 21 次の式を因数分解せよ。

$$ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a)$$

深める 応用例題2の式を，y について降べきの順に整理して因数分解してみよう。

発展　3次式の展開と因数分解

数学Ⅱの内容です

$(a+b)^3$ を展開すると，次のようになる。

$$\begin{aligned}(a+b)^3&=(a+b)^2(a+b)\\&=(a^2+2ab+b^2)(a+b)\\&=(a^2+2ab+b^2)a+(a^2+2ab+b^2)b\\&=a^3+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3\\&=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3\end{aligned}$$

よって　$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$　…… ①

次に，$(a-b)^3$ を，① を使って展開すると，次のようになる。

$$\begin{aligned}(a-b)^3&=\{a+(-b)\}^3\\&=a^3+3a^2(-b)+3a(-b)^2+(-b)^3\end{aligned}$$

よって　$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

したがって，次の展開の公式 5 が成り立つ。

展開の公式

$$\mathbf{5}\quad (a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$
$$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$$

例 1

(1)　$(x+2)^3=x^3+3\cdot x^2\cdot 2+3\cdot x\cdot 2^2+2^3$
$\qquad=x^3+6x^2+12x+8$

(2)　$(2x-y)^3=(2x)^3-3\cdot(2x)^2\cdot y+3\cdot 2x\cdot y^2-y^3$
$\qquad=8x^3-12x^2y+6xy^2-y^3$　終

練習 1　次の式を展開せよ。

(1)　$(x+1)^3$　　(2)　$(x-2)^3$

(3)　$(3a+b)^3$　　(4)　$(2x-3y)^3$

展開の公式

$$\mathbf{6}\quad (a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$$
$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$$

練習 2　展開の公式 6 が成り立つことを，左辺を展開して確かめよ。

例 2

(1)　$(x+1)(x^2-x+1)=(x+1)(x^2-x\cdot 1+1^2)$
$\qquad=x^3+1^3=x^3+1$

(2)　$(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)=(x-2y)\{x^2+x\cdot 2y+(2y)^2\}$
$\qquad=x^3-(2y)^3=x^3-8y^3$　終

練習 3　次の式を展開せよ。

(1)　$(x+2)(x^2-2x+4)$　　(2)　$(x-3)(x^2+3x+9)$

(3)　$(3x+y)(9x^2-3xy+y^2)$　　(4)　$(2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2)$

展開の公式 6 から，次の因数分解の公式 5 が得られる。

因数分解の公式

$$\mathbf{5}\quad a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$
$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

例 3

(1)　$x^3+64=x^3+4^3=(x+4)(x^2-x\cdot 4+4^2)$
$\qquad=(x+4)(x^2-4x+16)$

(2)　$8a^3-b^3=(2a)^3-b^3=(2a-b)\{(2a)^2+2a\cdot b+b^2\}$
$\qquad=(2a-b)(4a^2+2ab+b^2)$　終

練習 4　次の式を因数分解せよ。

(1)　x^3+27　　(2)　a^3-64　　(3)　$8x^3-125y^3$

問題

1. 次の式を計算せよ。

(1) $(3x^2-2x-4)+2(x^3-x+2)-3(x^2-x+4)$

(2) $(x+y)^2+(x-y)^2$　(3) $(x+y)^2-(x-y)^2$

→ p.11, 14

2. 次の式を展開せよ。

(1) $(5a+8b)(2a-7b)$　(2) $(2x^2-y)^2$

(3) $(3a+b-2c)^2$　(4) $(x^2-2x-1)(x^2-2x-2)$

(5) $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)$　(6) $(x^4+1)(x^2+1)(x+1)(x-1)$

(7) $(x-4)(x-1)(x+1)(x+4)$　(8) $(x+4)(x+2)(x-1)(x-3)$

→ p.14, 15, 16

3. 次の式を因数分解せよ。

(1) $3a^2+10a+3$　(2) $8x^2-51x+18$

(3) $15x^2+2xy-24y^2$　(4) $9x^2-30ax-24a^2$

→ p.18, 19

4. 次の式を因数分解せよ。

(1) $2x^3-12x^2y+18xy^2$　(2) $4x^2+y^2-z^2-4xy$

(3) x^4-3x^2-4　(4) $(ac+bd)^2-(ad+bc)^2$

→ p.17, 19, 20

5. 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^3-2x^2y+xy-2y^2$　(2) $x^2+2xy-3y^2-5x+y+4$

(3) $2x^2+8ax+6a^2-x+a-1$　(4) $(a+b+c)(ab+bc+ca)-abc$

→ p.20, 21

---

6. $(x+y+2z)(2x+3y-z)(4x-y-3z)$ を展開したときの xyz の項の係数を求めよ。

7. 次の問いに答えよ。

(1) $(x^2+1)^2$ を展開せよ。

(2) (1) の結果を利用して，x^4+x^2+1 を因数分解せよ。

第2節 | 実数

4 実数

中学校でも学んだ有理数**A**，無理数を「実数**B**」としてまとめ，数の体系についての理解を深めよう。ここでは，数がどのように構成されているかを知り，数の範囲と四則計算**C**の結果について調べる。更に，実数と数直線上の点**D**を対応させて考えることによって，絶対値**E**の図形的な意味を知ろう。

A 有理数

自然数 1, 2, 3, …… に，0 と -1, -2, -3, …… とを合わせて **整数** という。また，整数 m と 0 でない整数 n を用いて分数 $\dfrac{m}{n}$ の形に表される数を **有理数** という。例えば，次の数はすべて有理数である。

$$\frac{2}{3},\quad 3=\frac{3}{1},\quad -\frac{1}{2}=\frac{-1}{2},\quad 0.25=\frac{25}{100}=\frac{1}{4}$$

整数 m は $\dfrac{m}{1}$ と表されるから，整数は有理数である。

例 16　整数でない有理数を小数で表すと，例えば次のようになる。

(1) $\dfrac{21}{4}=5.25$　(2) $\dfrac{9}{80}=0.1125$

(3) $\dfrac{2}{3}=0.666\cdots\cdots$　(4) $-\dfrac{3}{22}=-0.13636\cdots\cdots$　終

例 16 (1), (2) のように小数第何位かで終わる小数を **有限小数** という。これに対して，小数点以下の数字が無限に続く小数を **無限小数** という。

無限小数のうち，例 16 (3), (4) のように，いくつかの数字の配列が繰り返されるものを **循環小数** といい，普通，次のように書き表す。

$$0.666\cdots\cdots=0.\dot{6},\quad -0.13636\cdots\cdots=-0.1\dot{3}\dot{6},\quad 1.3178178\cdots\cdots=1.3\dot{1}7\dot{8}$$

練習 22　次の分数を小数で表せ。ただし，循環小数は上のような表し方で書け。

(1) $\dfrac{1}{8}$　(2) $\dfrac{8}{9}$　(3) $\dfrac{7}{33}$　(4) $\dfrac{55}{54}$

有理数について，次のことが成り立つ。

有理数は，整数，有限小数，循環小数のいずれかで表される。
逆に，整数は有理数であり，有限小数や循環小数も，必ず分数の形に表され，有理数である。

m，n を正の整数とするとき，分数 $\dfrac{m}{n}$ は，整数，有限小数，循環小数のいずれかで表される。このことを，数の割り算の仕組みから確かめてみよう。

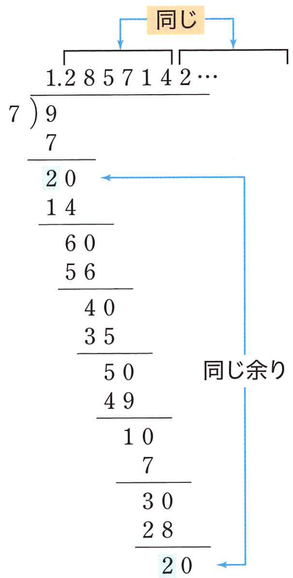
m を n で割ると，各段階の割り算の余りは，n 個の整数

$$0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots,\ n-1$$

のいずれかである。

余りに 0 が出てくると，そこで計算は終わり，分数は整数または有限小数で表される。

余りに 0 が出てこないとき，余りは 1 から $n-1$ までの $(n-1)$ 個の整数のいずれかであるから，n 回目までにはそれまでに出てきた余りと同じ余りが出てきて，その後の割り算はその間の割り算の繰り返しとなる。この場合，分数は循環小数で表される。



例えば，$\dfrac{9}{7}$ について考えると，右の計算からわかるように，各段階の余りは

$$2,\ 6,\ 4,\ 5,\ 1,\ 3,\ 2,\ \cdots\cdots$$

であり，7 回目の余りが最初の余りと同じである。

したがって，$\dfrac{9}{7}$ は循環小数で表され，$\dfrac{9}{7}=1.\dot{2}8571\dot{4}$ である。

有限小数は，$0.75=\dfrac{75}{100}=\dfrac{3}{4}$，$1.6=\dfrac{16}{10}=\dfrac{8}{5}$ のように，必ず分数の形に表される。循環小数を分数の形に表すことを考えよう。

例 17　循環小数 $x=3.\dot{2}\dot{7}$ は，2 つの数字の配列 27 が繰り返されるから，$100x$ と x の差を考えて，右のように計算すると

$$\begin{array}{rrl} & 100x = & 327.2727\cdots\cdots \\ -) & x = & 3.2727\cdots\cdots \\ \hline & 99x = & 324 \end{array}$$

$$99x=324$$

よって　$x=\dfrac{324}{99}=\dfrac{36}{11}$　終

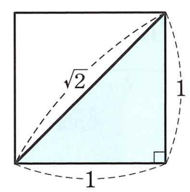
練習 23　次の循環小数を分数で表せ。

(1) $0.\dot{1}$　(2) $0.\dot{1}\dot{2}$　(3) $0.\dot{6}4\dot{8}$　(4) $6.\dot{2}\dot{7}$

B 実数

整数と，有限小数または無限小数で表される数とを合わせて **実数** という。実数のうち有理数でないものを **無理数** という。

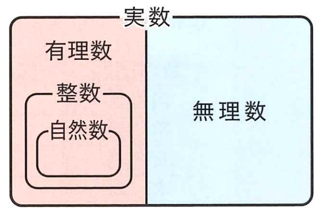
例えば，1 辺の長さが 1 である正方形の対角線の長さを表す $\sqrt{2}$ や円周率 π は，無理数であることが知られている。



有理数は，整数，有限小数，循環小数のいずれかで表される数であるから，無理数は循環しない無限小数で表される数である。$\sqrt{2}$ や π を小数で表すと，それぞれ次のようになり，これは循環しない無限小数である。

$$\sqrt{2}=1.41421356237309\cdots\cdots,\quad \pi=3.14159265358979\cdots\cdots$$

- 実数
  - 有理数
    - 整　数
      - 自然数
      - 0
      - 負の整数
    - 有限小数
    - 循環小数
  - 無理数…循環しない無限小数



C 数の範囲と四則計算

2つの数からそれらの和，差，積，商を得る計算を **四則計算** という。すなわち，四則計算とは，加法，減法，乗法，除法のことである。

【注意】 除法では，0で割ることは考えないものとする。

数の範囲と四則計算の可能性について考えよう。

例 18

(1) a，b が自然数のとき ←$a=1$，$b=2$ など

和 $a+b$，積 ab は常に自然数であるが，

差 $a-b$，商 $\dfrac{a}{b}$ は必ずしも自然数であるとは限らない。

(2) a，b が整数のとき ←$a=-2$，$b=3$ など

和 $a+b$，差 $a-b$，積 ab は常に整数であるが，

商 $\dfrac{a}{b}$ は必ずしも整数であるとは限らない。 終

更に，数の範囲を有理数や実数まで広げると，それぞれの数の範囲で常に四則計算ができるようになる。すなわち，次のことがいえる。

2つの有理数の和，差，積，商は常に有理数である。

2つの実数の和，差，積，商は常に実数である。

【注意】 有理数や実数は，加法，減法，乗法，除法について **閉じている** という。

練習 24

下の表において，それぞれの数の範囲で四則計算を考えるとき，計算がその範囲で常にできる場合には○を，常にできるとは限らない場合には×をつけよ。ただし，除法では0で割ることは考えない。

数の範囲	加　法	減　法	乗　法	除　法
自然数				
整　数				
有理数				
実　数				

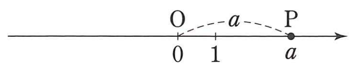
D 実数と数直線上の点

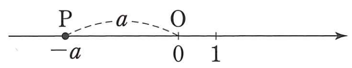
直線上に基準となる点Oをとり，単位の長さと正の向きを定める。正の向きを右にすると，この直線上の点Pに対して，次のように実数を対応させることができる。

PがOの右側にあり，OPの長さが a のとき，正の実数 a

PがOの左側にあり，OPの長さが a のとき，負の実数 $-a$

また，点Oには0を対応させる。





このように，直線上の各点に1つの実数を対応させるとき，この直線を **数直線** といい，Oをその **原点** という。

数直線上で，点Pに実数 a が対応しているとき，a を点Pの **座標** といい，座標が a である点Pを $\mathbf{P}(\boldsymbol{a})$ で表す。

逆に，どんな実数 a に対しても，a を座標にもつ数直線上の点がただ1つ定まる。すなわち，実数はすべて数直線上の点で表される。

実数の大小関係は，数直線上では点の左右の位置関係で表される。

$\boxed{a<b}$

実数 a について，a を超えない最大の整数 n を a の整数部分といい，$a-n$ を a の小数部分という。

実数 a の整数部分が n であるとき，$n\leqq a<n+1$ が成り立つ。

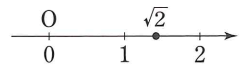
例 19

(1) 2.5の整数部分は2，小数部分は0.5である。

(2) $6.\dot{5}\dot{4}$ の整数部分は6，小数部分は $0.\dot{5}\dot{4}$ である。

(3) $\sqrt{2}=1.4142\cdots$ の整数部分は1，

小数部分は $\sqrt{2}-1$ である。←$\sqrt{2}-1=0.4142\cdots$ 終

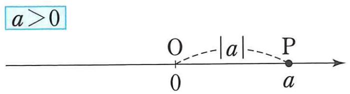


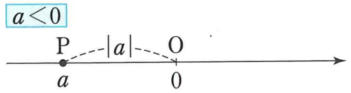
練習 25

π の整数部分と小数部分を求めよ。

E 絶対値

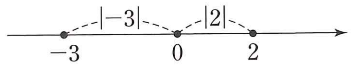
数直線上で，原点 O(0) と点 P(a) の間の距離を，実数 a の **絶対値** といい，記号 $|a|$ で表す。0 の絶対値は $|0|=0$ である。





例 20　2 の絶対値は　$|2|=2$

-3 の絶対値は　$|-3|=3$　終



実数 a の絶対値について，次のことが成り立つ。

絶対値の性質

1　$|a| \geqq 0$

2　$a \geqq 0$ のとき　$|a|=a$,　　$a<0$ のとき　$|a|=-a$

例 21

(1)　$|6-2|=|4|=4$

(2)　$|2-6|=|-4|=-(-4)=4$

(3)　$1-\sqrt{2}<0$ であるから　$|1-\sqrt{2}|=-(1-\sqrt{2})=\sqrt{2}-1$　終

練習 26　次の値を求めよ。

(1)　$\left|-\dfrac{3}{4}\right|$　　(2)　$|-5+3|$　　(3)　$|-5|+|3|$　　(4)　$|3-\pi|$

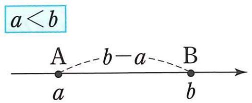
数直線上の 2 点 A(a)，B(b) 間の距離 AB は

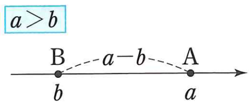
$a \leqq b$ のとき　AB$=b-a$

$a>b$ のとき　AB$=a-b=-(b-a)$

であるから，次の式で表される。

$$\mathrm{AB}=|b-a|$$





練習 27　次の 2 点間の距離を求めよ。

(1)　A(2)，B(4)　　(2)　A(-1)，B(6)　　(3)　A(-3)，B(-7)

5 根号を含む式の計算

中学校でも学んだ平方根 A の性質について学ぶ。根号を含む式の計算 B，分母の有理化 C について，より複雑な計算ができるようになり，それらを式の値 D の計算に使えるようになろう。

A 平方根

2 乗すると a になる数を，a の **平方根** という。

正の数 a の平方根は，正と負の 2 つあり，それらの絶対値は等しい。その正の平方根を $\sqrt{a}$ で表す。負の平方根は $-\sqrt{a}$ である。

また，0 の平方根は 0 だけであり，$\sqrt{0}=0$ と定める。

記号 $\sqrt{}$ を **根号** といい，$\sqrt{a}$ をルート a と読む。

【注意】 実数を 2 乗すると，0 または正の数になり，負の数になることはない。したがって，負の数の平方根は，実数の範囲では存在しない。

例 22　9 の平方根は 3 と -3，すなわち ± 3 である。

$\sqrt{9}$ は 9 の正の平方根であるから　$\sqrt{9}=3$　終

$\sqrt{a}$ の定義から，次のことが成り立つ。

1　$a \geqq 0$ のとき　$(\sqrt{a})^2=(-\sqrt{a})^2=a$,　　$\sqrt{a} \geqq 0$

練習 28　次の問いに答えよ。

(1)　49 の平方根を求めよ。　　(2)　$\sqrt{25}$ の値を求めよ。

(3)　$(\sqrt{7})^2$，$(-\sqrt{15})^2$ の値を，それぞれ求めよ。

$\sqrt{a^2}$ について，例えば次のことが成り立つ。

$a=6$ のとき　$\sqrt{a^2}=\sqrt{6^2}=6=a$

$a=-6$ のとき　$\sqrt{a^2}=\sqrt{(-6)^2}=\sqrt{6^2}=6=-a$

深める　実数 a について，等式 $\sqrt{a^2}=a$ は必ずしも成り立たない。等式が成り立たないのは，a がどのような数のときか説明しよう。

一般に，次のことが成り立つ。

2　$a \geqq 0$ のとき $\sqrt{a^2}=a$
　 $a<0$ のとき $\sqrt{a^2}=-a$
すなわち $\sqrt{a^2}=|a|$

B 根号を含む式の計算

根号を含む式の計算について，次の公式が成り立つ。

根号を含む式の計算公式

$a>0$，$b>0$，$k>0$ のとき

3　$\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$　　4　$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$　　5　$\sqrt{k^2a}=k\sqrt{a}$

3の証明　$\sqrt{a}\sqrt{b}$ を2乗すると　$(\sqrt{a}\sqrt{b})^2=(\sqrt{a})^2(\sqrt{b})^2=ab$

また，$\sqrt{a}>0$，$\sqrt{b}>0$ であるから　$\sqrt{a}\sqrt{b}>0$

よって，$\sqrt{a}\sqrt{b}$ は ab の正の平方根である。

すなわち　$\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$　終

問2　公式4，5を証明せよ。

例 23

(1)　$\sqrt{3}\sqrt{21}=\sqrt{3\cdot21}=\sqrt{3^2\cdot7}=3\sqrt{7}$

(2)　$\dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\dfrac{24}{2}}=\sqrt{12}=\sqrt{2^2\cdot3}=2\sqrt{3}$　終

例 24

(1)　$\sqrt{8}+\sqrt{18}-4\sqrt{2}=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}-4\sqrt{2}=(2+3-4)\sqrt{2}$
$=\sqrt{2}$

(2)　$(2\sqrt{2}+\sqrt{5})(3\sqrt{2}-2\sqrt{5})$
$=2\sqrt{2}\cdot3\sqrt{2}+2\sqrt{2}\cdot(-2\sqrt{5})+\sqrt{5}\cdot3\sqrt{2}+\sqrt{5}\cdot(-2\sqrt{5})$
$=12-4\sqrt{10}+3\sqrt{10}-10$
$=2-\sqrt{10}$　終

練習 29　次の式を計算せよ。

(1)　$4\sqrt{3}+5\sqrt{3}-7\sqrt{3}$　　(2)　$3\sqrt{50}-4\sqrt{18}+\sqrt{32}$

(3)　$(\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}-2)$　　(4)　$(4\sqrt{2}-3\sqrt{3})(5\sqrt{2}+2\sqrt{3})$

(5)　$(\sqrt{3}+2\sqrt{6})^2$　　(6)　$(3\sqrt{2}-2\sqrt{7})^2$

C 分母の有理化

$\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ の分母と分子に $\sqrt{3}$ を掛けると，次のようになる。

$$\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

このように，分母に根号を含む式を変形して，分母に根号を含まない式にすることを，分母を **有理化** するという。

例 25　$\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ の分母の有理化

$(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})=(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2=3$

であるから，分母と分子に $\sqrt{5}-\sqrt{2}$ を掛けて

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}=\frac{\sqrt{10}-2}{3}$$
終

例題 7　$\dfrac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ の分母を有理化せよ。

解

$$\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{(2\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$$
$$=\frac{6+2\sqrt{6}+\sqrt{6}+2}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}=8+3\sqrt{6}$$

練習 30　次の式の分母を有理化せよ。

(1)　$\dfrac{18}{\sqrt{6}}$　　(2)　$\dfrac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$　　(3)　$\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$　　(4)　$\dfrac{3\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$

D 式の値

応用例題 4

$x=\dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$，$y=\dfrac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1) $x+y$　　(2) xy　　(3) x^2+y^2

解説　(3) $(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$ であるから，次の等式が成り立つ。

$$\boldsymbol{x^2+y^2=(x+y)^2-2xy}$$

つまり，x^2+y^2 は，$x+y$ と xy を用いて表される。

解　(1) $x=\dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\dfrac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}=\sqrt{5}-\sqrt{3}$

$y=\dfrac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\dfrac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}=\sqrt{5}+\sqrt{3}$

よって

$$x+y=(\sqrt{5}-\sqrt{3})+(\sqrt{5}+\sqrt{3})=2\sqrt{5}$$

(2) $xy=(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})=2$

(3) $x+y=2\sqrt{5}$，$xy=2$ であるから

$$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=(2\sqrt{5})^2-2\cdot2=16$$

応用例題 4 (1) では，x，y それぞれの分母を有理化せずに，次のように計算してもよい。

$$x+y=\frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})+2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}=\frac{4\sqrt{5}}{2}=2\sqrt{5}$$

分母が $\sqrt{5}+\sqrt{3}$ と $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ であるから，通分と同時に分母が有理化されている。

練習 31　$x=\dfrac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$，$y=\dfrac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1) $x+y$　　(2) xy

(3) x^2+y^2　　(4) x^2y+xy^2

発展 対称式と基本対称式

多項式 x^2-xy+y^2 において，文字 x と文字 y を入れ替えると，y^2-yx+x^2 となり，この式はもとの式 x^2-xy+y^2 と同じである。このように，2 つの文字を入れ替えても，もとの式と同じになる多項式を **対称式** という。また，対称式 $x+y$，xy を x，y の **基本対称式** という。

対称式と基本対称式について，次のことが知られている。

対称式は基本対称式を用いて表すことができる。

例えば，前ページの応用例題 4 では，対称式 x^2+y^2 を基本対称式 $x+y$，xy を用いて，次のように表している。

$$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$$

例 1　22 ページの展開の公式 **5** より，$(x+y)^3=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$ であるから

$$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$$

終

前ページの応用例題 4 において，x^3+y^3 の値を求めてみよう。

(1)，(2) より $x+y=2\sqrt{5}$，$xy=2$ であるから

$$\begin{aligned}x^3+y^3&=(x+y)^3-3xy(x+y)\\&=(2\sqrt{5})^3-3\cdot2\cdot2\sqrt{5}\\&=28\sqrt{5}\end{aligned}$$

練習 1　$x=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$，$y=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1) x^2+y^2　　(2) x^3+y^3　　(3) $x^3y-x^2y^2+xy^3$

発展 2重根号

$\sqrt{p+q\sqrt{r}}$，$\sqrt{p-q\sqrt{r}}$ の形の式を簡単な形にすることを考えよう。

例えば，$(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2=5+2\sqrt{6}$，$\sqrt{3}+\sqrt{2}>0$ より

$$\sqrt{5+2\sqrt{6}}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$$

また，$(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2=5-2\sqrt{6}$，$\sqrt{3}-\sqrt{2}>0$ より

$$\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$$

一般に，$a>0$，$b>0$ のとき

$$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=a+b+2\sqrt{ab},\quad (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2=a+b-2\sqrt{ab}$$

であるから，上と同様に考えて，次のことが成り立つ。

2重根号

$a>0$，$b>0$ とする。

1　$\sqrt{(a+b)+2\sqrt{ab}}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$

2　$a>b$ のとき　$\sqrt{(a+b)-2\sqrt{ab}}=\sqrt{a}-\sqrt{b}$

このように変形することを **2重根号をはずす** という。

例 1

(1)　$\sqrt{8+2\sqrt{15}}=\sqrt{(5+3)+2\sqrt{5\cdot3}}=\sqrt{5}+\sqrt{3}$

(2)　$\sqrt{7-4\sqrt{3}}=\sqrt{7-2\sqrt{12}}=\sqrt{(4+3)-2\sqrt{4\cdot3}}$
$=\sqrt{4}-\sqrt{3}=2-\sqrt{3}$

(3)　$\sqrt{5+\sqrt{21}}=\sqrt{\dfrac{10+2\sqrt{21}}{2}}=\dfrac{\sqrt{(7+3)+2\sqrt{7\cdot3}}}{\sqrt{2}}$
$=\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{14}+\sqrt{6}}{2}$　終

練習 1　次の式の2重根号をはずして簡単にせよ。

(1)　$\sqrt{7+2\sqrt{10}}$　　(2)　$\sqrt{12-6\sqrt{3}}$　　(3)　$\sqrt{3+\sqrt{5}}$

問題

8. 次の循環小数を分数で表せ。

(1)　$0.\dot{5}$　　(2)　$3.\dot{2}\dot{5}$　　(3)　$0.\dot{1}23\dot{4}$　　(4)　$0.3\dot{2}\dot{1}$　→ p.27

9. a が次の値をとるとき，$|a-1|+|a+2|$ の値を求めよ。

(1)　3　　(2)　0　　(3)　-1　　(4)　$-\sqrt{3}$　→ p.30

10. 次の式を計算せよ。

(1)　$2\sqrt{5}+\sqrt{45}-\sqrt{125}$　　(2)　$\sqrt{48}+\sqrt{32}-\sqrt{27}-\sqrt{50}$

(3)　$(2\sqrt{3}-5\sqrt{2})(3\sqrt{2}+\sqrt{3})$　　(4)　$(2\sqrt{6}-\sqrt{18})(\sqrt{6}+3\sqrt{8})$

(5)　$(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$　　(6)　$(2-\sqrt{3}+\sqrt{7})(2-\sqrt{3}-\sqrt{7})$

→ p.32

11. 次の式を計算せよ。

(1)　$\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}-1}-\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$　　(2)　$\dfrac{\sqrt{7}+1}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{7}-1}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$

(3)　$\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+2}$　→ p.33

12. $x=\dfrac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}$，$y=\dfrac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1)　x^2+y^2　　(2)　x^2-y^2　→ p.34

---

13. $\dfrac{1}{37}$ を小数で表したとき，小数第100位の数字を求めよ。

14. 次の計算は誤りである。① から ⑥ の等号の中で誤っているものをすべてあげ，誤りと判断した理由を述べよ。

$$8\underset{①}{=}\sqrt{64}\underset{②}{=}\sqrt{2^6}\underset{③}{=}\sqrt{(-2)^6}\underset{④}{=}\sqrt{\{(-2)^3\}^2}\underset{⑤}{=}(-2)^3\underset{⑥}{=}-8$$

15. 次の実数の整数部分と小数部分を求めよ。

(1)　$\sqrt{3}$　　(2)　$\sqrt{10}$　　(3)　$\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}$

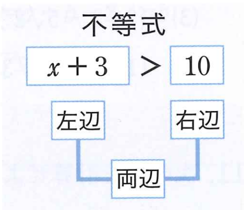
第3節｜1次不等式

6 1次不等式

数量の間の大小関係を，不等号 $>$，$<$，$\geqq$，$\leqq$ を使って表した式を不等式 A という。中学校では，方程式の解について学んだが，ここでは不等式の解 B について学ぶ。更に，いくつかの不等式を組み合わせた連立不等式 C の解の意味を知ろう。

A 不等式

不等式において，不等号の左側の部分を **左辺**，右側の部分を **右辺** といい，左辺と右辺を合わせて **両辺** という。



不等式で使う文字が表す数は，特に断らない限り実数とする。

数量の大小関係を述べた事柄を，不等式で表してみよう。

例 26

(1) ある数 x の3倍から4を引いた数は，-1 以上である。
このことを不等式で表すと　$3x-4 \geqq -1$

(2) 2数 a，b の和は正で，10より小さい。
このことを不等式で表すと　$0<a+b<10$

終

練習 32

次の数量の大小関係を不等式で表せ。

(1) ある数 x に8を加えた数は，x の3倍より大きい。

(2) ある数 x を2で割って5を引いた数は，-4 以上0以下である。

(3) 2数 a，b の和は負で，-3 以上である。

2つの実数 a，b について，$a>b$，$a=b$，$a<b$ のうち，どれか1つの関係だけが成り立つ。

また，次のことが成り立つ。

実数 a，b，c について　$a<b$，$b<c$　ならば　$a<c$

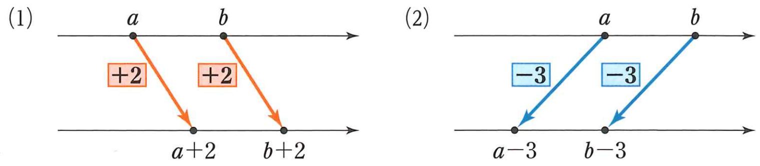
ここでは，実数の大小に関する性質について，更に調べてみよう。

例 27

下の図から，次のことがわかる。

(1) $a<b$ である2数 a，b に2を加えても，大小関係は変わらない。すなわち　$a+2<b+2$

(2) $a<b$ である2数 a，b から3を引いても，大小関係は変わらない。すなわち　$a-3<b-3$



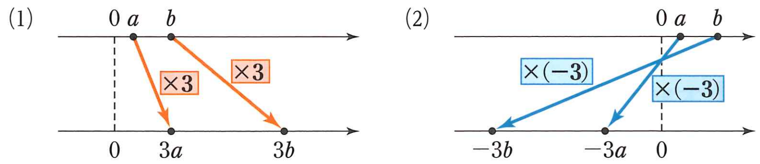
終

例 28

$a>0$，$b>0$ とする。下の図から，次のことがわかる。

(1) $a<b$ である2数 a，b に正の数3を掛けても，大小関係は変わらない。すなわち　$3a<3b$

(2) $a<b$ である2数 a，b に負の数 -3 を掛けると，大小関係が変わる。すなわち　$-3a>-3b$



終

問3 $a<b$ のとき $3a<3b$，$a<b$ のとき $-3a>-3b$ となることを，次の各場合について，数直線を用いて確かめよ。

(1) $a<0$，$b>0$　　(2) $a<0$，$b<0$

問4 $a<b$ のとき，次の □ に適する不等号 $>$ または $<$ を書き入れよ。

(1) $\dfrac{a}{3} \ \square\ \dfrac{b}{3}$　　(2) $\dfrac{a}{-3} \ \square\ \dfrac{b}{-3}$

一般に，次のことが成り立つ。

不等式の性質

1　$A<B$　ならば　$A+C<B+C$，　$A-C<B-C$

2　$A<B$，$C>0$　ならば　$AC<BC$，　$\dfrac{A}{C}<\dfrac{B}{C}$

3　$A<B$，$C<0$　ならば　$AC>BC$，　$\dfrac{A}{C}>\dfrac{B}{C}$

不等式の性質 3 は，次のことを示している。

不等式では
両辺に同じ負の数を掛けたり，
両辺を同じ負の数で割ったりすると，
不等号の向きが変わる。

$$\begin{array}{ccc} A & < & B \\ & \downarrow & \text{負の数を掛けると不等号の向きが変わる} \\ -3A & > & -3B \end{array}$$

練習 33　$a<b$ のとき，次の $\square$ に適する不等号 $>$ または $<$ を書き入れよ。

(1)　$a-2 \square b-2$　　(2)　$-5a \square -5b$

(3)　$-\dfrac{a}{8} \square -\dfrac{b}{8}$　　(4)　$1-a \square 1-b$

B　不等式の解

x の満たすべき条件を表した不等式を，x についての不等式という。

x についての不等式において，不等式を成り立たせる x の値を，その不等式の **解** という。

例 29　不等式 $2x>1$ の解

(1)　$x=1$ のとき，左辺は 2 であり，$2x>1$ は成り立つ。
よって，$x=1$ は不等式 $2x>1$ の解である。

(2)　$x=0$ のとき，左辺は 0 であり，$2x>1$ は成り立たない。
よって，$x=0$ は不等式 $2x>1$ の解ではない。　終

不等式のすべての解を求めることを，その不等式を **解く** という。

不等式のすべての解の集まりを，その不等式の **解** ということもある。

前ページの不等式の性質を利用して，不等式を解くことを考えよう。

例 30　不等式 $3x+5<14$ を解く。

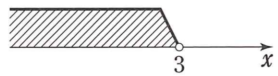
両辺から 5 を引くと　$(3x+5)-5<14-5$

すなわち　$3x<9$

両辺を正の数 3 で割って　$x<3$　終

例 30 の不等式の解は，$x<3$ を満たすすべての実数 x の集まりである。この不等式の解を，単に $x<3$ で表す。

また，例 30 の不等式の解 $x<3$ を，数直線を用いて図示すると，右の図のようになる。



【注意】 上の図で，x の値の範囲 $x<3$ を示す線の端の○は，その点の表す数 3 が解に含まれないことを示している。

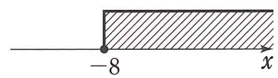
例 31　不等式 $-4x-2\leqq 30$ を解く。

両辺に 2 を加えると　$(-4x-2)+2\leqq 30+2$

すなわち　$-4x\leqq 32$

両辺を負の数 -4 で割って　$x\geqq -8$　終

例 31 の不等式の解 $x\geqq -8$ を，数直線を用いて図示すると，右の図のようになる。



【注意】 上の図で，x の値の範囲 $x\geqq -8$ を示す線の端の●は，その点の表す数 -8 が解に含まれることを示している。

練習 34　次の不等式を解け。

(1)　$5x-8\leqq 22$　　(2)　$4x+15\geqq 3$　　(3)　$-6x+5>29$

深める　例 30，31 において，40 ページの不等式の性質 **1** ～ **3** がどこで使われているか説明しよう。

不等式においても，40 ページの不等式の性質 **1** を使って，等式の場合と同様に，**移 項** することができる。

不等式のすべての項を左辺に移項して整理したとき，$ax+b>0$，$ax+b\leqq 0$ などのように，左辺が x の 1 次式になる不等式を，x についての **1 次不等式** という。ただし，a，b は定数で，$a\neq 0$ とする。

【注意】 $a\neq 0$ は，a は 0 でないことを意味する。

$$ax\boxed{+b}>\boxed{cx}+d$$
$$ax\boxed{-cx}>d\boxed{-b}$$

1 次不等式を解くには，x を含む項を左辺に，定数項を右辺に移項するとよい。

例題 8

次の 1 次不等式を解け。

(1) $3x-1\leqq 9x-7$　　(2) $\dfrac{3}{2}x+1>\dfrac{1}{3}(x-1)$

解

(1) 移項すると　$3x-9x\leqq -7+1$

すなわち　$-6x\leqq -6$　←両辺を負の数 -6 で割る

よって　$x\geqq 1$

(2) 両辺に 6 を掛けると　$9x+6>2x-2$

移項すると　$9x-2x>-2-6$

すなわち　$7x>-8$　←両辺を正の数 7 で割る

よって　$x>-\dfrac{8}{7}$

練習 35

次の 1 次不等式を解け。

(1) $3x+6>16-2x$　　(2) $4x-7\leqq 7x+8$

(3) $5(3x-1)\geqq 8x+1$　　(4) $3(x-2)>2(5x-3)$

(5) $\dfrac{3}{4}x-\dfrac{2}{3}<\dfrac{1}{2}(x-2)$　　(6) $0.3x+0.4\geqq 0.8-0.1x$

深める　a，b は定数とする。次の場合について，不等式 $ax+b>0$ を解こう。

(1) $a>0$　　(2) $a<0$

C 連立不等式

いくつかの不等式を組み合わせたものを **連立不等式** といい，それらの不等式を同時に成り立たせる x の値の範囲を，その連立不等式の **解** という。また，連立不等式の解を求めることを，その連立不等式を **解く** という。

例題 9

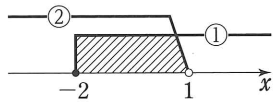
連立不等式 $\begin{cases} 7x-1\geqq 4x-7 \\ x+5>3(1+x) \end{cases}$ を解け。

解　$7x-1\geqq 4x-7$ から　$3x\geqq -6$

よって　$x\geqq -2$ …… ①

$x+5>3(1+x)$ から　$-2x>-2$

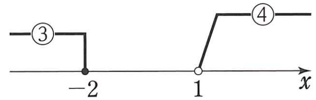
よって　$x<1$ …… ②



① と ② の共通範囲を求めて　$-2\leqq x<1$

例題 9 の不等号の向きを変えた連立不等式 $\begin{cases} 7x-1\leqq 4x-7 & \cdots\cdots ③ \\ x+5<3(1+x) & \cdots\cdots ④ \end{cases}$

は，③，④ を同時に成り立たせる x の値がないので，解はない。このように，連立不等式には解がない場合もある。



練習 36

次の連立不等式を解け。

(1) $\begin{cases} 2x+7\geqq 4x-3 \\ 3x+5>-2x \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 4x+1<3x-1 \\ 2x-1\geqq 5x+6 \end{cases}$　　(3) $\begin{cases} x-2\geqq 4x-5 \\ 3(x-1)>2x \end{cases}$

$A<B<C$ は，$A<B$ と $B<C$ が同時に成り立つことを意味する。例えば，$4x-3<2x<3x+1$ は，連立不等式 $\begin{cases} 4x-3<2x \\ 2x<3x+1 \end{cases}$ と同じである。

練習 37　不等式 $5x-6\leqq x+1<2x$ を解け。

7 1次不等式の利用

1次不等式の応用Aとして，身近な問題を解決してみよう。また，絶対値を含む方程式・不等式Bの解き方を理解しよう。

A 1次不等式の応用

応用例題 5 通信販売で1個500円の品物Aと1個700円の品物Bを合わせて50個買うことにした。送料は，品物50個をまとめて1500円かかる。品物代と送料の合計金額を30000円以下にするとき，品物Bは最大で何個買えるか。

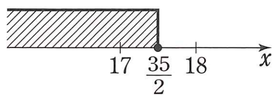
解説　品物Bをx個買うとして，条件から不等式を作る。xは整数であることに注意する。

解　品物Bをx個買うとすると，品物Aは$(50-x)$個買うことになる。条件から

$$500(50-x)+700x+1500 \leqq 30000$$

整理すると　$2x \leqq 35$

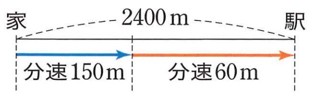
よって　$x \leqq \dfrac{35}{2}=17.5$



これを満たす最大の整数xは17である。　答　17個

練習 38 1個200円の菓子Aと1個100円の菓子Bを合わせて20個買うことにした。ただし，菓子を詰める箱を1個買う必要があり，その代金は120円である。菓子代と箱代の合計金額を3000円以下にするとき，菓子Aは最大で何個買えるか。

練習 39 家から駅までの道のりは2400mである。家から駅に行くのに，初めは分速150mで走り，途中から分速60mで歩くことにする。家を出発してから30分以内に駅に着くためには，分速150mで走る道のりを何m以上にしなければならないか。



B 絶対値を含む方程式・不等式

例 32（Link 考察）

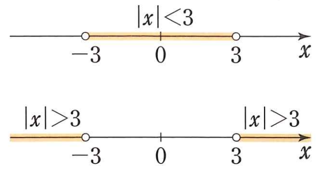
(1) 方程式 $|x|=3$ の解は　$x=\pm 3$

(2) 不等式 $|x|<3$ の解は

$-3<x<3$

(3) 不等式 $|x|>3$ の解は

$x<-3,\ 3<x$



終

【注意】 例32(3)の「$x<-3,\ 3<x$」は，$x<-3$ と $3<x$ を合わせた範囲を表す。

一般に，次のことがいえる。

cが正の定数のとき　方程式 $|x|=c$ の解は　$x=\pm c$

不等式 $|x|<c$ の解は　$-c<x<c$

不等式 $|x|>c$ の解は　$x<-c,\ c<x$

練習 40 次の方程式，不等式を解け。

(1) $|x|=4$　(2) $|x|<2$　(3) $|x|\geqq 5$

例題 10 次の方程式，不等式を解け。

(1) $|2x-1|=3$　(2) $|2x-1|<3$

解

(1) $|2x-1|=3$ から　$2x-1=\pm 3$

すなわち　$2x=4$　または　$2x=-2$

よって　$x=2,\ -1$

(2) $|2x-1|<3$ から　$-3<2x-1<3$

各辺に1を加えて　$-2<2x<4$

各辺を2で割って　$-1<x<2$

練習 41 次の方程式，不等式を解け。

(1) $|3x-4|=2$　(2) $|x-2|\leqq 3$　(3) $|2x+1|>1$

研究 絶対値と場合分け

次の性質を用いて，絶対値を含む方程式，不等式を解いてみよう。

$$a \geqq 0 \text{ のとき } |a|=a, \quad a<0 \text{ のとき } |a|=-a$$

例 1 次の方程式，不等式を解け。

(1) $|x-4|=3x$　　(2) $|x-4| \leqq 3x$

解 (1) [1] $x-4 \geqq 0$ すなわち $x \geqq 4$ のとき

$|x-4|=x-4$ であるから，方程式は　$x-4=3x$

これを解くと　$x=-2$　　これは，$x \geqq 4$ を満たさない。

[2] $x-4<0$ すなわち $x<4$ のとき

$|x-4|=-(x-4)$ であるから，方程式は　$-x+4=3x$

これを解くと　$x=1$　　これは，$x<4$ を満たす。

[1]，[2] から，求める解は　$x=1$

(2) [1] $x \geqq 4$ のとき

不等式は　$x-4 \leqq 3x$　　よって　$x \geqq -2$

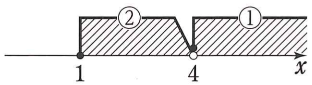
これと $x \geqq 4$ との共通範囲は　$x \geqq 4$　…… ①

[2] $x<4$ のとき

不等式は　$-x+4 \leqq 3x$　　よって　$x \geqq 1$

これと $x<4$ との共通範囲は

$1 \leqq x<4$　…… ②



求める解は，① と ② を合わせた範囲で　$x \geqq 1$

練習 1 次の方程式，不等式を解け。

(1) $|x-3|=5x$　　(2) $|x+2|>3x$　　(3) $|x-2|<2x-1$

問題

16. 次の1次不等式を解け。

(1) $7(x+2)+2(3-x)<0$　　(2) $2(x-5)-3(2x-3) \geqq 0$

(3) $\dfrac{2x+1}{3}-\dfrac{x-1}{4}>1$　　(4) $3+\dfrac{4-2x}{3}>\dfrac{3}{2}x+\dfrac{5}{6}$　→ p.42

17. x が負の整数のとき，不等式 $3x-5<7(x+1)+4$ を満たす x の値をすべて求めよ。→ p.43

18. あるクリーニング店では，シャツ1枚のクリーニング代は通常220円であるが，1000円を払って会員になると，クリーニング代がその後1年間5％引きになるという。1年間にシャツを何枚以上クリーニングに出すと，会員になる場合の合計金額が，会員にならない場合の合計金額より安くなるか。→ p.44

19. 次の不等式を解け。

(1) $\begin{cases} x-5<4x+2 \\ \dfrac{x-1}{2} \leqq \dfrac{3x+1}{4}-x \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 2x+3>x+2 \\ 3x>4x+2 \end{cases}$

(3) $\dfrac{x+9}{3} \geqq 2-x>\dfrac{3}{2}x+\dfrac{11}{3}$　→ p.43

20. 次の方程式，不等式を解け。

(1) $|3x-2|=10$　　(2) $|2x+5|>1$　　(3) $|5x-3| \leqq 12$　→ p.45

21. 不等式 $2 \leqq |x-3|<5$ を解け。→ p.45

---

22. a を定数とする。連立不等式 $\begin{cases} 5x-8 \geqq 7x-2 \\ 2x+a \leqq 3x+9 \end{cases}$ の解が $x=-3$ となるような a の値を求めよ。

演習問題A

1. 次の式を展開し，x について降べきの順に整理せよ。

(1) $(x-a)(x-b)(x-c)$　　(2) $(x-1)(x-3)(x^2-4x)$

(3) $(x+1)(x+2)(x-5)(x-6)$　　(4) $(x-2)^2(x+2)^2(x^2+4)^2$

2. 次の式を因数分解せよ。

(1) $6(x+y)^2-(x+y)-2$　　(2) $3x^2+x(y-z)-2(y-z)^2$

(3) $(x-y)(x-y-2)-8$　　(4) $(2x+2y+1)(x+y+1)-10$

3. 次の $\boxed{}$ に適する x の多項式を求めよ。

(1) $x \geqq 1$ のとき　$\sqrt{(x-1)^2}=\boxed{}$，

$x<1$ のとき　$\sqrt{(x-1)^2}=\boxed{}$

(2) $-1 \leqq x<1$ のとき　$\sqrt{x^2+2x+1}-\sqrt{x^2-2x+1}=\boxed{}$

4. $x=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1) $x+\dfrac{1}{x}$　　(2) $x^2+\dfrac{1}{x^2}$　　(3) $x^2-\dfrac{1}{x^2}$

(4) $x^4+\dfrac{1}{x^4}$　　(5) $x^4-\dfrac{1}{x^4}$

5. 次の連立不等式を解け。

$$\begin{cases}(1-\sqrt{2})x>-1\\ |2x+1|<6\end{cases}$$

6. a を定数とするとき，次の不等式を解け。

(1) $ax \geqq 3$　　(2) $ax+8<4x+2a$

演習問題B

7. 次の式を計算せよ。

(1) $(a+b+c+d)(a+b-c-d)$　　(2) $(a+b+c)^2-(a-b-c)^2$

8. 次の式を因数分解せよ。

(1) $2x^2+y^2+3xy+x+2y-3$

(2) $(x+2y-2z)(x+2y-3z)-12z^2$

(3) $x^2+y^2-3z^2+2xy+2yz+2zx$

9. $x+y+z=2$，$xy+yz+zx=-1$ のとき，$x^2+y^2+z^2$ の値を求めよ。

10. 次の問いに答えよ。

(1) $(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})$ を計算せよ。

(2) $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ の分母を有理化せよ。

11. $\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}$ の整数部分を a，小数部分を b とする。

(1) a，b の値を求めよ。　　(2) b^3，b^4-2b^2+1 の値を求めよ。

研究 **12.** 方程式 $|x|+2|x-2|=x+2$ を解け。

13. a を正の定数として，次の不等式を考える。

$$|2x-3| \leqq a \quad \cdots\cdots \text{①}$$

(1) 不等式①の解を求めよ。

(2) $a=4$ のとき，不等式①を満たす整数 x は何個存在するか。

(3) 不等式①を満たす整数 x がちょうど6個存在するような a の値の範囲を求めよ。